



Fábio Rogério Mendonça Figueira

**ANÁLISE NÃO LINEAR DE VIGAS DE
CONCRETO ARMADO COM FIBRAS DE AÇO**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Instituto de Tecnologia
Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil

Dissertação Orientada pelo Professor Dênio Ramam Carvalho de Oliveira.

Belém – Pará – Brasil

2019

Universidade Federal do Pará
Instituto de Tecnologia
Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil



Fábio Rogério Mendonça Figueira

**Análise não linear de vigas de concreto armado com fibras de
aço**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre.

Orientador: Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira

Belém
Agosto de 2019

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Fábio Rogério Mendonça Figueira.

TÍTULO: Análise não Linear de vigas de concreto armado com fibras de aço.

GRAU: Mestre ANO: 2019

É concedida à Universidade Federal do Pará permissão para reproduzir cópias desta qualificação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Fábio Rogério Mendonça Figueira. Avenida
Visconde de Inhaúma n° 1159.
66.087-640 Belém – PA – Brasil.

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Biblioteca Central / UFPA, Belém – PA

Fábio Rogério Mendonça Figueira.

Análise não Linear de vigas de concreto armado com fibras de aço /
Fábio Rogério Mendonça Figueira – 2019.

Orientador: Dênio Ramam Carvalho de Oliveira.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de
Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Belém, 2019.

1. Fibra de aço. 2. Análise não linear. 3. Vigas 4. Concreto Reforçado
com Fibra de Aço.

CDD - _____. ed. _____



Fábio Rogério Mendonça Figueira

Análise não linear de vigas de concreto armado com fibras de aço

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da UFPA. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira
Orientador
Universidade Federal do Pará – UFPA

Prof. Dr. Alcebíades Negrão Macedo
Examinador Interno
Universidade Federal do Pará – UFPA

Prof. Dr. Ricardo José Carvalho Silva
Examinador Externo
Universidade Estadual Vale do Acaraú – UVA

Belém
Agosto de 2019

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Professor Dênio Ramam Carvalho Oliveira pelo incansável auxílio e apoio incondicional em todos os momentos de pesquisas e estudos.

Aos professores do programa de mestrado, que enriqueceram este trabalho com as ministrações das disciplinas ao longo dessa etapa da nossa vida acadêmica.

Aos amigos que fizemos ao longo desse mestrado na troca de experiências em sala de aula, companheirismo e amizade que permanecerão ao longo da nossa caminhada, a todos os técnicos e funcionários do Laboratório de Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará, pelo apoio nos trabalhos experimentais das disciplinas.

A todos os amigos do GAEMA, cuja amizade e companheirismo levarei comigo para sempre.

E finalmente, mas não menos importante, a minha família, principalmente à minha esposa Rejane que sempre esteve ao meu lado nos momentos mais difíceis e aos familiares, pelos momentos que tiveram de renúncia para que eu pudesse concluir as pesquisas e por seu apoio incondicional e o suporte nas horas decisivas.

FIGUEIRA, F.R (2019). **Análise não Linear de vigas de concreto armado com fibras de aço**. Dissertação de Mestrado, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, Brasil. 2019.

RESUMO

No presente trabalho, apresenta-se uma proposta para o cálculo do momento resistente último, M_R , de vigas de concreto armado com fibras de aço (CRFA), considerando o comportamento não linear desse material. Para este propósito abordam-se as propostas de cinco recomendações normativas, ACI 544.4R-88 (1988), RILEM TC 162-TDF (2002), CECS 38 (2004), CEB-FIP (2010) e DAfStb (2010). Para avaliar a proposta, foi utilizado um banco de dados com 42 vigas, que romperam à flexão. A performance da proposta é julgada em função do parâmetro $\lambda = M_{exp}/M_{teo}$, o qual define a razão entre os momentos resistentes experimentais (BD) e teóricos. Ressalta-se que o parâmetro λ é avaliado em termos da precisão, dispersão, segurança e classificado segundo uma adaptação do *Demerit Points Classification – DPC*. Por fim, apresenta-se a simulação (não linear do material) da relação *momento – curvatura* com o auxílio da ferramenta computacional SAP 2000, aplicando-se as equações propostas pelo RILEM TC 162-TDF (2002) e as equações desenvolvidas por Moraes Neto (2013) para a resistência residual desse material. Observou-se que o programa computacional apresenta resultados compatíveis com a base de dados.

.

Palavras-Chaves

Concreto, Flexão, Viga, Fibras de aço.

FIGUEIRA, F.R (2019). **Nonlinear analysis of beams in reinforced concrete with steel fibers**. Master's Dissertation, Institute of Technology, Federal University of Pará, Belém, Pará, Brazil. 2019.

ABSTRACT

In the present work, a proposal is presented for the calculation of the ultimate strength, MR, of reinforced concrete beams with steel fibers (CRFA), considering the non-linear behavior of this material. For this purpose, the proposals of five normative recommendations, ACI 544.4R-88 (1988), RILEM TC 162-TDF (2002), CECS 38 (2004), CEB-FIP (2010) and DAfStb (2010). To evaluate the proposal, a database with 42 beams was used, which broke the bending. The performance of the proposal is judged as a function of the parameter $\lambda = M_{exp} / M_{teo}$, which defines the ratio between the experimental (BD) and theoretical resistances. It should be noted that the parameter λ is evaluated in terms of accuracy, dispersion, safety and classified according to an adaptation of Demerit Points Classification - DPC. Finally, we present the nonlinear simulation of the moment-curvature relationship with the help of the SAP 2000 software, applying the equations proposed by RILEM TC 162-TDF (200) and the equations developed by Moraes Neto (2013) for the residual resistance of this material.

Key words

Concrete, Flexion, Beam, Fibers made of steel.

SUMÁRIO

CESSÃO DE DIREITOS	iii
Fábio Rogério Mendonça Figueira.	iii
AGRADECIMENTOS	v
RESUMO	vi
ABSTRACT	vii
SUMÁRIO	viii
LISTA DE TABELAS	x
LISTA DE FIGURAS	xi
LISTA DE SÍMBOLOS	xiv
1. INTRODUÇÃO	1
1.1. JUSTIFICATIVA	2
1.2. OBJETIVOS	3
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	4
2.1. CONSIDERAÇÕES GERAIS	4
2.2. FIBRAS DE AÇO	5
2.2.1. Preparo (CRFA)	8
2.2.2. Propriedades dos Materiais (CRFA)	8
2.3 RECOMENDAÇÕES NORMATIVAS	14
2.3.1 ACI 544.4R-88 (1988): DESIGN CONSIDERATIONS FOR STEEL FIBER REINFORCED CONCRETE	15
2.3.2 RILEM TC 162-TDF (2002): TEST AND DESIGN METHODS FOR STEEL FIBRE REINFORCED CONCRETE	18
2.3.3 CECS 38 (2004) – TECHNICAL SPECIFICATION FOR FIBER REINFORCED CONCRETE STRUCTURES	23
2.3.4 CEB-FIP MODEL CODE (2010)	26
2.3.5 DEUTSCHE AUSSCHUSS FÜR STAHLBETON – DAFSTB TECHNICAL RULE ON STEEL FIBRE REINFORCED CONCRETE DRAFT-2010	31
3 TRABALHOS EXPERIMENTAIS ANALISADOS	40
	viii

3.1	Introdução	40
3.2	Vigas Reforçadas com Fibra de Aço	40
3.2.1	OH (1992)	40
3.2.2	ASHOUR <i>et al.</i> (2000)	43
3.2.3	DANCYGIER e SAVIR (2006)	45
3.2.4	MONTAIGNAC <i>et al.</i> (2011)	47
3.2.5	KHALIL e TAYFUR (2013)	48
4	ANÁLISE DO MODELO COMPUTACIONAL	50
4.1	O software <i>SAP 2000</i> e a modelagem das vigas	50
4.2.1	VIGAS MANSUR <i>et al.</i> (1986)	58
4.3	PROCEDIMENTO DE ANÁLISE	83
4.4	RESULTADOS	84
5	CONCLUSÕES	87
5.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	87
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	88

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Classificação das fibras de aço segundo a NBR 15530 (ABNT, 2007).....	7
Tabela 2: Fibras de aço segundo as regulamentações internacionais.....	7
Tabela 3 :Valores assumidos pelo β_{tu}	24
Tabela 4 :Valores assumidos pelo δ	25
Tabela 5: Fator de fragilidade, k_s	34
Tabela 6: Análise de deformação ϵ_{c2u} segundo o DIN 1045-1 (2001).....	39
Tabela 7 : Vigas ensaiadas por OH (1992).....	41
Tabela 8 : Vigas ensaiadas por ASHOUR et al. (2000).....	44
Tabela 9: Vigas ensaiadas por DANCYGIER E SAVIR (2006).....	46
Tabela 10 : Vigas ensaiadas por MONTAIGNAC <i>et al.</i> (2011).....	47
Tabela 11 : Vigas ensaiadas por KHALIEL e TAYFUR (2013).....	49
Tabela 12: Banco de dados (BD).....	52
Tabela 13 : Valores de Tensão e deformação para compressão do concreto 25 <i>MPa</i>	58
Tabela 14 : Valores de Tensão e deformação para a tração do concreto 25 <i>MPa</i>	58
Tabela 15: Valores de Tensão e deformação para a tração do concreto 25 MPa e <i>V_f</i> 0,5%.....	59
Tabela 16: Valores de deformação e Tensão para o aço CA 50 A.....	59
Tabela 17 : Seções analisadas no <i>SAP 2000</i>	64
Tabela 18: Adaptação do critério de COLLINS (2001).....	83
Tabela 19: Classificação segundo o critério adaptado de COLLINS (2001).....	84

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Fibras de aço em pentes (Frederico Barros, 2015).....	8
Figura 2 : Processo de transmissão de tensão entre as faces da fissura.....	9
Figura 3 : Compatibilização entre comprimento de fibra e tamanho do agregado (FIGUEIREDO, 2000).....	10
Figura 4 : Gráfico tensão-deformação para concretos com fibra e sem fibras (CEB-FIP, 2010).....	11
Figura 5 : Curva tensão x deformação típica obtida em ensaios de compressão – NATARAJA <i>et al.</i> (1999).....	12
Figura 6 : Comportamento do CRFA à tração direta pelo CEB-FIP (2010) (MORAES NETO, 2013).....	13
Figura 7 : Gráfico <i>carga x deslocamento</i> vertical para avaliar o CRFA sobre flexão	14
Figura 8: Modelo de flexão proposto pelo ACI 544.4R-88.....	16
Figura 9: Ensaio de flexão (adaptado RILEM TC 162-TDF, 2002).....	18
Figura 10: Gráfico carga x deslocamentos verticais segundo o RILEM TC 162- TDF (2002).....	19
Figura 11 : Relação tensão-deformação no CRFA segundo o RILEM TC 162-TDF (2002).....	21
Figura 12 : Fator de escala kh – Adaptado do RILEM 162-TDF (2002).....	22
Figura 13: Modelo de flexão proposto pelo RILEM TC 162-TDF (2002).....	23
Figura 14: Modelo de flexão segundo o CECS 38 (2004).	25
Figura 15 : Ensaio num prisma de CRFA padronizado pelo EN 14651 (2005).....	26
Figura 16 : Exemplo de gráfico <i>carga x CMOD</i> segundo o CEB-FIP (2010).....	27
Figura 17 : Leis constitutivas do CRFA segundo CEB-FIP (2010)	28
Figura 18 : Deformações e tensões numa seção transversal segundo o CEB-FIP (2010).....	30
Figura 19 : Ensaio num prisma de CRFA padronizado pelo DAfStb (2010).....	32
Figura 20 : Gráfico carga x deslocamento vertical segundo o DAfStb (2010).....	32
Figura 21 : Gráfico <i>carga x deslocamento vertical</i> ajustado segundo a DAfStb (2010).....	33

Figura 22 : Gráficos de <i>tensão x deformação</i> para o CRFA à tração segundo a DAFStb (2010).....	36
Figura 23 : Diagrama para β_{L2} segundo a DafStb (2010).....	37
Figura 24 : Modelo de flexão proposto pelo DAFStb (2010).....	38
Figura 25 : Distribuição das tensões no concreto comprimido segundo DIN 1045-1.....	38
Figura 26: Vigas Série S1	42
Figura 27: Vigas Série S2	42
Figura 28: Vigas Série D2.....	43
Figura 29 : Diagrama tensão x deformação na compressão NBR 6118 (ABNT, 2014).	54
Figura 30 : Relação tensão-deformação no CRFA segundo o RILEM TC 162-TDF (2002).....	55
Figura 31: Valores do fator de forma k_h	56
Figura 32 : Modelo constitutivo utilizado para o aço CA 50A sobre tração.....	57
Figura 33: Gráfico Tensão deformação aço CA 50A.....	60
Figura 34: Definição Seção Viga B4 MANSUR <i>et al.</i>	60
Figura 35: Definição Seção Viga B4_MANSUR.....	61
Figura 36: Definição Seção Viga B4_C25VF0,5%.....	61
Figura 37: Definição Seção Viga B4_concreto	62
Figura 38: Definição Seção Viga B4_Aço.....	62
Figura 39: Momento Curvatura da seção B4 MANSUR.....	63
Figura 40: Momento Curvatura da seção Viga B4 (MANSUR <i>et al.</i> , 1986).....	66
Figura 41: Momento Curvatura da seção Viga D1/D2/D3 e D4 (MANSUR <i>et al.</i> ,1986).....	67
Figura 42: Momento Curvatura da seção Viga BF (TAN <i>et al.</i> ,1994).....	67
Figura 43: Momento Curvatura da seção Viga CF (TAN <i>et al</i> 1994).....	68
Figura 44: Momento Curvatura da seção Viga DF (TAN <i>et al.</i> ,1994).....	68
Figura 45: Momento Curvatura da seção Viga EF (TAN <i>et al.</i> ,1994).....	69
Figura 46: Momento Curvatura da seção viga 1Ø10 (BELLO, 2014).....	69
Figura 47: Momento Curvatura da seção viga 1Ø12 (BELLO, 2014)	70
Figura 48: Momento Curvatura da seção viga 1Ø14 (BELLO, 2014).....	70
Figura 49: Momento Curvatura da seção viga 1Ø16 (BELLO, 2014).....	71
Figura 50: Momento Curvatura da seção viga 2 Ø 14 (BELLO, 2014).....	71

Figura 51: Momento Curvatura da seção viga 2 \varnothing 16 (BELLO, 2014).....	72
Figura 52: Momento Curvatura da seção viga 3 \varnothing 16 (BELLO, 2014).....	72
Figura 53: Momento Curvatura da seção viga 3 \varnothing 18 (BELLO, 2014)	73
Figura 54: Momento Curvatura da seção viga 4 \varnothing 16 (BELLO, 2014).....	73
Figura 55: Momento Curvatura da seção viga 3 \varnothing 20 (BELLO, 2014).....	74
Figura 56: Momento Curvatura da seção viga M20F-1.0 (SAHOO e SHARMA, 2014)	74
Figura 57: Momento Curvatura da seção viga M20F-1.5 (SAHOO e SHARMA,2014).....	75
Figura 58: Momento Curvatura da seção viga M20 F-0.5 (SAHOO e SHARMA, 2014)	75
Figura 59: Momento Curvatura da seção viga B-0.5-N2 (ASHOUR <i>et al.</i> ,2000)...	76
Figura 60: Momento Curvatura da seção viga B-1.0-N2 (ASHOUR <i>et al.</i> , 2000)...	76
Figura 61: Momento Curvatura da seção viga B-0.5-N3 (ASHOUR <i>et al.</i> ,2000)...	77
Figura 62: Momento Curvatura da seção viga B-1.0-N3 (ASHOUR <i>et al.</i> ,2000)...	77
Figura 63: Momento Curvatura da seção viga B-0.5-N4 (ASHOUR <i>et al.</i> ,2000)...	78
Figura 64: Momento Curvatura da seção viga B-1.0-N4 (ASHOUR <i>et al.</i> ,2000)...	78
Figura 65: Momento Curvatura da seção viga B-0.5-M2 (ASHOUR <i>et al.</i> ,2000) ..	79
Figura 66: Momento Curvatura da seção viga B-1.0-M2 (ASHOUR <i>et al.</i> , 2000) ..	79
Figura 67: Momento Curvatura da seção viga B-0.5-M3 (ASHOUR <i>et al.</i> ,2000) ..	80
Figura 68: Momento Curvatura da seção viga B-1.0-M3 (ASHOUR <i>et al.</i> ,2000) ..	80
Figura 69: Momento Curvatura da seção viga B-0.5-M4 (ASHOUR <i>et al.</i> ,2000) ..	81
Figura 70: Momento Curvatura da seção viga B-1.0-M4 (ASHOUR <i>et al.</i> ,2000) ..	81
Figura 71: Momento x Curvatura viga S2V1(OH ,1992)	82
Figura 72: Momento x Curvatura viga S2V2 (OH ,1992)	82
Figura 73: Momento x Curvatura viga D2V1 (OH ,1992).....	82
Figura 74: Momento x Curvatura viga D2V2(OH ,1992).....	83
Figura 75: Análise quanto à precisão.....	85
Figura 76: Análise quanto a quantidade de vigas que apresentam $\lambda \geq 1$ e $\lambda < 1$	85

LISTA DE SÍMBOLOS

b	base da viga
C	cobrimento da armadura
D	altura útil da viga
d_f	diâmetro da fibra
E_{c1}	módulo de elasticidade secante do concreto
E_{ci}	módulo de elasticidade tangente do concreto
E_s	módulo de elasticidade do aço
f_c	resistência a compressão do concreto
F_c	resultante dos esforços gerados pelo concreto sobre compressão
f_{Ftu}	resistência última à tração do CRFA
f_{Fts}	resistência de serviço do CRFA
F_s	resultante dos esforços gerados pela armadura principal
F_s'	resultante dos esforços gerados pela armadura de compressão
f_t	resistência á tração direta do CRFA sobre tração
F_t	resultante dos esforços gerados pelo CRFA sobre tração
f_y	tensão de escoamento do aço
H	altura da viga
K	razão entre altura útil e altura da viga
l	vão da viga
l_f	comprimento da fibra

M_R	momento resistente da seção transversal sobre esforços de flexão
\varnothing	diâmetro da barra de aço
V_f	taxa volumétrica de fibra
V_m	taxa volumétrica da matriz
w_u	abertura máxima da fissura
X	distância da linha neutra ao topo da seção comprimida na viga
y_c	distância da linha neutra da seção até a resultante do concreto
y_s	distância da linha neutra da seção até a resultante da armadura principal
y_s'	distância da linha neutra da seção até a resultante da armadura de compressão
y_t	distância da linha neutra da seção até a resultante do CRFA sobre tração
Δ	grandeza que indica a o cobrimento adotado da armadura principal
Δ'	grandeza que indica a o cobrimento adotado da armadura de compressão
E_{cu}	deformação máxima de compressão no concreto
E_{cu}	deformação última no concreto à compressão
E_{cy}	deformação de plastificação do concreto sobre compressão
ϵ_{Fu}	deformação de ruptura do CRFA sobre de tração
ϵ_s	deformação no aço
E_y	deformação de escoamento no aço
ρ	taxa de armadura longitudinal principal
ρ'	taxa de armadura longitudinal de compressão

1. INTRODUÇÃO

A engenharia civil atualmente tem buscado evoluir a cada dia os seus processos e aprimorar cada vez mais o conhecimento sobre os materiais empregados nas diversas áreas de aplicação. Diante o inegável progresso, no que diz respeito aos materiais de construção, o concreto continua sendo o mais empregado a nível mundial. Segundo MEHTA e MONTEIRO (2013), o concreto, depois da água, é o produto mais consumido pela humanidade.

A vantagem do concreto, com relação aos demais materiais de construção, deve-se, entre inúmeros aspectos, à sua capacidade de ser moldado e ao processo de fabricação relativamente simples. Apesar da condição de destaque, o concreto apresenta a desvantagem de não resistir aos esforços de tração, havendo, desta maneira, a necessidade de complementá-lo com um reforço nestas regiões tracionadas. Atualmente, as armaduras (barras de aço) são os mecanismos de reforço mais empregados, caracterizando assim o concreto armado. Nesse cenário de reforço para o concreto, salienta-se também a utilização de fibras (concreto com fibras), uma prática antiga, mas com desenvolvimento tecnológico recente.

O concreto com fibras de aço (CRFA) se destaca em relação aos demais, devido ao grande avanço com o desenvolvimento tecnológico, seu desempenho como reforço e sua vasta aplicabilidade entre outros materiais. Além disso, segundo BARROS (1995), o CRFA aprimora várias propriedades do concreto simples e armado, sendo de comentar para o momento, a maior ductilidade e tenacidade, o maior controle da fissuração e a maior resistência às ações dinâmicas e aos impactos. Além disso, ressalta-se também a contribuição das fibras de aço na resistência estrutural de diferentes elementos estruturais (lajes, vigas, etc) em condições diversas de solicitação (flexão, cisalhamento, etc). A eficácia das fibras em melhorar as propriedades mecânicas do concreto pode ser atribuída principalmente aos mecanismos responsáveis pela transferência de tensões entre a fibra e o concreto fissurado, viabilizando, dessa maneira, o seu efeito de “costura”.

Pesquisas recentes sobre o CRFA estão sendo realizadas para avaliar a possibilidade de a fibra de aço ser o único mecanismo de reforço do concreto, DESTRÉE e MANDL (2008), DESTRÉE *et al.* (2009), BARROS *et al.* (2012) e BARROS *et al.* (2015).

A principal melhoria do CRFA se comparado com o concreto simples é a sua resistência pós-fissuração à tração. A introdução da fibra de aço gera um comportamento pós-linear antes ausente no concreto sem fibra. Assim, a fragilidade típica do concreto é superada através da inclusão de fibra formando um material dúctil.

A resistência a tração do CRFA pode implicar na substituição de parte das armaduras longitudinais de combate à flexão. LOPES (2005), através de testes de flexão em vigas de CRFA, mostrou que a adição de fibra de aço, V_f de 150 kg/m³, tornou possível a redução de 50% da armadura de flexão com a manutenção da resistência à flexão comparada com uma viga sem fibra de aço. Já MONTAIGNAC *et al.* (2011), pontua que a utilização de membros estruturais com fibra de aço pode levar não só a redução, mas a eliminação total da armadura principal e secundária utilizada, e ao mesmo tempo manter ou aumentar sua segurança estrutural.

1.1. JUSTIFICATIVA

Nos últimos anos, as pesquisas vêm comprovando os benefícios de se reforçar o concreto com fibras de aço e ressaltando a sua competitividade com os mecanismos convencionais de reforço para o concreto armado, no caso as barras de aço. O CRFA advém do progresso tecnológico deste material, onde pesquisas discutem a dosagem, o preparo, a sua caracterização nos estados fresco e endurecido, as propriedades reológicas, entre outros aspectos. Complementando a explanação, ressalta-se também o desenvolvimento de modelos mecânicos que reproduzem o comportamento dos elementos estruturais em CRFA (lajes, vigas, etc) em diferentes condições de solicitação (flexão, cisalhamento, etc). De qualquer forma, apesar da evolução técnica e científica, apenas recentemente, algumas considerações de projeto estão sendo disponibilizadas em documentos normativos, *ModelCode10* e ACI 318 (2014). Além disso, frisa-se também que a divergência entre os pesquisadores, com relação a essas considerações, continua em discussão, o que ratifica a relevância de estudos elucidativos.

Dentro dos códigos a divergência em alguns pontos fundamentais no dimensionamento das vigas de CRFA ainda gera certa ressalva nos projetistas em utilizar o CRFA no combate a esforços de flexão, o que acaba subestimando as melhorias estruturais geradas pela imersão da fibra de aço no concreto. O

dimensionamento de peças estruturais de CRFA, ainda é pouco explorado e requer ensaios experimentais de caracterização dos materiais, baseados nos modelos e códigos que divergem em pontos fundamentais, algumas normas já colocam em suas especificações a participação da fibra de aço dentro do cálculo estrutural.

1.2. OBJETIVOS

Gerais

- Este trabalho visa contribuir ao estudo do concreto reforçado com fibras de aço, no cálculo do Momento resistente de seções de vigas, utilizando um método computacional, a partir de investigações experimentais de um banco de dados(BD).Além do reforço das fibras, as vigas também foram reforçadas com barras de aço, somente na área tracionada, sendo a taxa de armadura inferior à armadura balanceada. Para este fim, pretende-se debater a teoria do concreto reforçado com fibras de aço (CRFA),a proposta de cinco recomendações normativas referentes à determinação de M_R de vigas em CRFA, a saber: ACI 544.4R-88 (1988), RILEM TC 162-TDF (2002), CECS 38 (2004), CEB-FIP (2010) e DAfStb (2010),cinco trabalhos experimentais analisados OH (1992);ASHOUR et al. (2000);DANCYGIER e SAVIR (2006); MONTAIGNAC *et al.* (2011) e KHALIL e TAYFUR (2013) e um banco de dados que servirá de referência para avaliar a performance das recomendações normativas e do modelo computacional.

Específicos

Utilizar uma ferramenta de fácil acesso no meio acadêmico e profissional, o *software* SAP 2000, para auxiliar na análise do momento resistente , M_R , de seções de vigas em concreto armado com fibras de aço (CRFA), avaliar a confiabilidade dos resultados encontrados comparando com os resultados experimentais, levando-se em consideração o comportamento não linear desse material .Para aplicação do programa foi utilizado um banco de dados com 42 vigas de CRFA que romperam à flexão e aplicadas as fórmulas de tensão e deformação para a tração definidas pelo RILEM TC 162TDF (2002), NBR 6118 (ABNT,2014) para a compressão e as fórmulas para as resistência residual dadas por Moraes Neto (2013).

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. CONSIDERAÇÕES GERAIS

O concreto convencional, como conhecemos hoje, é considerado um material compósito formado por aglomerantes, resultante da mistura de cimento, agregados naturais, água e aditivos e é considerado atualmente como o material mais utilizado na construção civil, conforme Figueiredo (2011), fato esse que se deve ao baixo custo dos componentes para a produção, facilidade de sua produção e sua capacidade de se moldar as diversas formas de peças Estruturais.

Entretanto este material possui algumas deficiências como a fragilidade, ou seja, a baixa resistência à tração e baixa resistência à abertura e propagação de fissuras, trabalhabilidade em peças esbeltas com taxa de armadura alta, baixa ductilidade, retração plástica e permeabilidade em ambientes úmidos, causando na estrutura várias patologias. A busca pela melhoria deste material tem sido o foco de vários especialistas e vem ganhando atenção para o desenvolvimento de concretos especiais e de alto desempenho.

Os concretos especiais podem ser definidos como materiais de características específicas devido ao aprimoramento da tecnologia, que melhorou as deficiências do concreto tradicional ou incorporou propriedades não inerentes a este material. Desta forma foram desenvolvidos vários tipos como o concreto leve, de alto desempenho, auto adensável, com polímero fibras e outros. Neste trabalho será dado enfoque ao concreto com fibras de aço (CRFA) que vem sendo cada vez mais utilizado nos últimos anos devido ao avanço do conhecimento dos benefícios da adição da fibra neste material compósito.

A definição de materiais compósitos são materiais compostos por dois ou mais elementos imiscíveis entre si, constituídos por matriz e reforço. No caso do concreto reforçado com fibra de aço (CFRA), o concreto comporta-se como a matriz e as fibras como reforço, segundo NAAMAN (1985), o passo inicial, para o que veio futuramente a ser chamado de concreto reforçado com fibras de aço (CRFA), se deu na Califórnia em 1874, quando A. Bernard patenteou a ideia de reforçar o concreto com lascas de aço. Porém, a tecnologia atualmente utilizada ainda é relativamente recente e ultimamente vem adquirindo cada vez mais relevância e destaque na literatura técnica internacional.

Segundo Mehta e Monteiro (2014, pág. 561) uma desvantagem do CRFA é a trabalhabilidade pois a adição de fibra, independentemente do tipo, no concreto convencional reduz a trabalhabilidade consideravelmente e esta trabalhabilidade é proporcional ao volume de concentração de fibras no concreto, para demonstrar as vantagens do (CRFA) em relação ao concreto convencional Mehta e Monteiro (2014, pág. 576) destaca algumas obras muito bem-sucedidas com a sua aplicação:

O primeiro uso estrutural do concreto reforçado com fibras de aço foi em 1971 para a produção de painéis desmontáveis com dimensões 3250 mm² por 65mm de espessura para uma garagem de estacionamento do Aeroporto Heathrow de Londres. O concreto continha 3% em massa de fibra de aço formada a frio com 0,25 mm de diâmetro por 25 mm de comprimento. Na época da última inspeção relatada depois de 5 anos de uso, as Lajes não apresentaram sinais de fissuração. No Aeroporto McCarran International em Las Vegas Nevada uma área existente de estacionamento de aeronave pavimentada com asfalto (53000 m²) foi revestida com concreto reforçado com fibras de aço de 150 mm de espessura comparada com a espessura de 380 mm que seria necessária para o concreto armado convencional.

O concreto reforçado com fibra de aço (CRFA) vem sendo amplamente utilizado em: revestimento de suporte de túneis e minas, lajes e pisos (principalmente nas lajes de fábricas com grandes carregamentos móveis), estabilização de taludes, isoladores sísmicos, construção de barragens, revestimento de proteção contra fogo, reabilitação de aquedutos, reparo de estruturas marinhas, tubos de concreto de seção circular para águas pluviais e esgotos sanitários, entre outras utilizações.

2.2. FIBRAS DE AÇO

Segundo o ACI 544.4R-88(1988), as fibras de aço podem apresentar formatos diversos, podendo ser lisas ou curvadas e assumir seções transversais circulares, retangulares, semicirculares ou irregulares. Seus comprimentos (l_f) comumente utilizados oscilam entre 6,4 e 76 mm. Os dois parâmetros mais efetivos para avaliar o comportamento da fibra de aço no compósito são: o fator de forma e taxa de fibra utilizada (V_f). O fator de forma é o resultado da razão entre o comprimento da fibra (l_f) pelo seu diâmetro (d_f), l_f/d_f . Ele possui influência direta tanto no concreto fresco quanto no endurecido. De acordo com o ACI 544.1R-96 (1996) os fatores de forma

mais usualmente utilizados ficam por volta de 20 a 100. Já a taxa de fibra (V_f) indica a quantidade de fibra utilizada numa mistura por unidade de volume, massa ou massa por volume da mistura.

ALTUN *et al.* (2005) depois de uma ampla pesquisa ao longo da literatura técnica concluiu que a taxa ideal de fibras de aço fica em torno de 1% à 2,5%. Estruturas com dosagem inferior a 1% sofrem pouca melhora mecânica gerada pela fibra de aço, já em estruturas com mais de 2,5% de fibra o excesso desta gera dificuldades em prover uma distribuição homogênea das fibras podendo acarretar queda de resistência à compressão (f_c) se comparada com o concreto sem fibra de classes semelhantes. A NBR 15530 (ABNT, 2007), a primeira norma brasileira a tratar diretamente das fibras de aço, visou padronizar as fibras produzidas no Brasil definindo as resistências limites à tração, fatores de forma mínimos (Tabela 1) e subdivide as fibras de aço em dois grupos, segundo sua conformação geométrica:

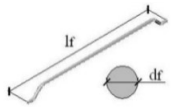
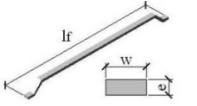
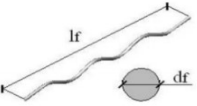
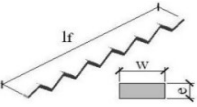
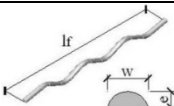
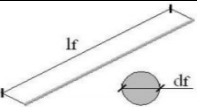
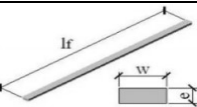
Tipo A: fibra de aço com ancoragem nas extremidades, também chamadas de *hooked end*;

- Tipo C: fibra de aço corrugada, conhecida internacionalmente como *crimped*;
- Tipo R: fibra de aço reta, lisas.

E segundo o processo que deu origem ao aço utilizado na fibra:

- Classe I: oriunda de arame trefilado a frio;
- Classe II: oriunda de chapa laminada cortada a frio;
- Classe III: oriunda de arame trefilado e escarificado.

Tabela 1: Classificação das fibras de aço segundo a NBR 15530 (ABNT, 2007)

Tipo	Classe	Geometria	Fator de forma mínimo	Limite de resistência à tração (MPa)
A	I		40	1000
	II		30	500
C	I		40	800
	II		30	500
	III		30	800
R	I		40	1000
	II		30	500

No que diz respeito à classificação das fibras segundo as regulamentações internacionais, comentam-se as recomendações do BS EN 14889-1 (2006), da ASTM A 820 (1996), as quais classificam as fibras segundo o processo de fabricação, e da Japan Society of Civil Engineers, JSCE (1983), que classificam as fibras de acordo com a seção transversal das mesmas (Tabela 2).

Tabela 2: Fibras de aço segundo as regulamentações internacionais

BS EN 14889-1 (2006)	ASTM A 820 (1996)	JSCE (1983)
Grupo I-Fios trefilados	Grupo I-Fios trefilados	Tipo 1-Seção quadrada
Grupo II-Chapas cortadas	Grupo II-Chapas cortadas	Tipo 2-Seção circular
Grupo III-Extr. de metais fundidos	Grupo III-Extr. de metais fundidos	Tipo 3-Seção crescente
Grupo IV-Raspas de fios trefilados	Grupo IV-Outras fibras	
Grupo V-Obt. do proc. de fresagem		

2.2.1. Preparo (CRFA)

O ACI 544.4R-88 (1988) ressalta que o concreto utilizado no compósito não difere do concreto tradicional, porém, suas proporções devem visar obtenção de uma boa trabalhabilidade na mistura. Para isso, pode-se limitar tamanho do agregado, aperfeiçoar sua gradação, aumentar a quantidade de cimento, e talvez adicionar produtos para melhorar a trabalhabilidade da mistura.

A perda de trabalhabilidade do CRFA é explicada por FIGUEIREDO (2000) pelo aumento de área superficial da mistura pela inclusão da fibra, requerendo uma demanda de água de molhagem maior. Assim, uma menor quantidade de água é disponível para fluidificar a mistura. Quanto maior o fator de forma da fibra utilizado maior é o impacto desta na perda de trabalhabilidade do concreto fresco.

A imperícia durante confecção do concreto com fibra pode dar origem a ouriços no concreto, constituídos basicamente de um aglomerado de fibras, gerando perda de homogeneidade na sua distribuição ao longo da peça, e acaba criando pontos extremamente porosos e frágeis na estrutura. Para evitar essas aglomerações indesejadas no concreto durante sua confecção é bastante utilizado “pentes” de fibras de aço coladas entre si, como ilustra a Figura 1. Após a imersão das fibras no concreto a ligação entre elas é desfeita e estas ocupam o concreto de forma mais homogênea.



Figura 1: Fibras de aço em pentes (Frederico Barros, 2015)

2.2.2. Propriedades dos Materiais (CRFA)

A inclusão da fibra de aço melhora consideravelmente algumas propriedades do concreto. O ACI 544.1R-96 (1996) pontua sua maior tenacidade (absorção de

energia após a fissuração), maior resistência a impacto, abrasão e fadiga se comparado ao concreto tradicional.

Já o ACI 544.4R-88 (1988) destaca os principais fatores que influenciam na melhora das propriedades mecânicas do CRFA, eles são o: tipo de fibra, fator de forma, taxa de fibra, resistência da matriz (concreto), tamanho do agregado graúdo, e quando utilizado numa peça estrutural suas dimensões e formatos.

Quando o concreto simples atinge sua resistência à tração ele é fissurado e tais fissuras apresentam-se como barreiras para a propagação de tensões, já no caso do CRFA a fibra atua como uma ponte de tensões entre as fissuras. A Figura 2 ilustra como ocorrem tais distribuições de tensões numa peça de concreto e em outra de CRFA. Observa-se que o desvio das linhas de tensões no concreto sem fibras gera concentração de tensões nas extremidades das fissuras, o que acaba aumentando o estado de exigência do material (que previamente já havia atingido sua resistência) e, por conseguinte o progressivo aumento da fissura. O que inevitavelmente gera o colapso do material de maneira brusca e frágil assim que formada a fissura inicial. Já no concreto reforçado com fibra de aço (CRFA) ocorre a transferência das tensões entre as fissuras pela fibra de aço. O que acaba retardando a propagação da fissura e faz com que o material apresente um comportamento dúctil e uma resistência residual à tração após sua fissuração.

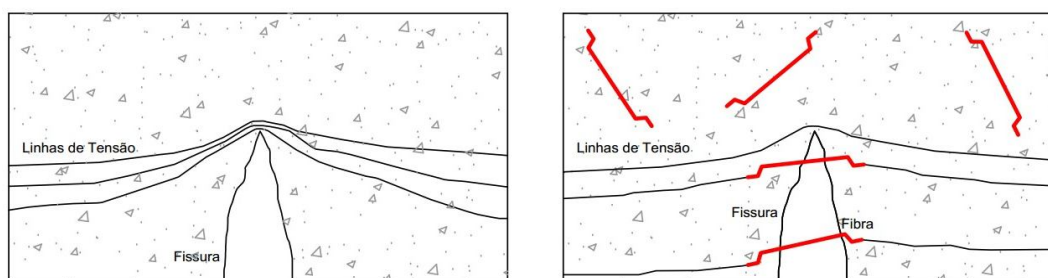


Figura 2 : Processo de transmissão de tensão entre as faces da fissura

FIGUEIREDO (2000) recomenda que exista certa compatibilidade entre o agregado graúdo e a fibra. Ele sugere que o comprimento da fibra seja igual ou maior do que o dobro da dimensão máxima característica do agregado graúdo. Esta compatibilização dimensional fibra-agregado permite que as fibras funcionem como

reforço no concreto como um todo não somente em sua argamassa. Lembrando que as fissuras em concreto de baixa e moderada resistência ocorrem principalmente entre os agregados e a pasta. Assim, com a correta compatibilização fibra-agregado as fibras ocupam melhor os possíveis espaços onde ocorrerão as fissuras no material. A figura 3 ilustra claramente como a correta compatibilização entre tamanho de fibra e agregado ajuda na transferência de tensões entre as fissuras.

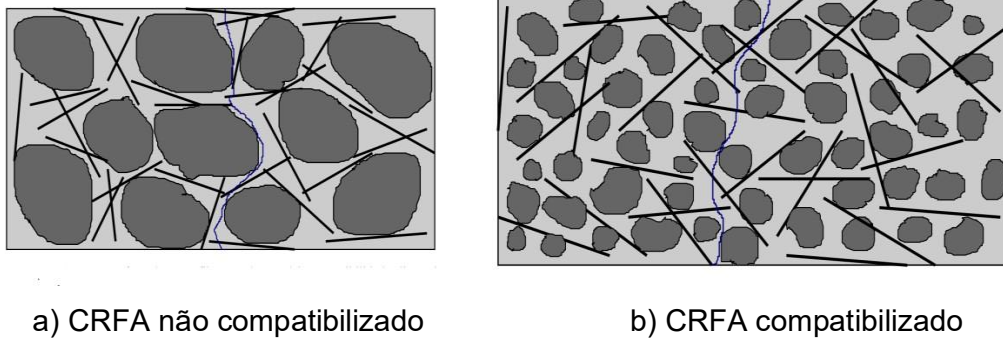


Figura 3 : Compatibilização entre comprimento de fibra e tamanho do agregado
(FIGUEIREDO, 2000)

FIGUEIREDO (2005) explica que, em geral, quanto maior o fator de forma da fibra maior a capacidade resistente do concreto pós-fissurado. Porém, devem-se evitar casos em que a aderência fibra-matriz seja muito elevada, o que pode ser gerado por elevados fatores de forma, comprimentos de fibra ou resistência da matriz. Essa alta aderência pode gerar, quando exigidas, o rompimento da fibra juntamente com a matriz, o que deve ser evitado por acabar agregando pouca ou nenhuma resistência ao sistema, além da perda de ductilidade típica do CRFA. Por outro lado, se o fator de forma da fibra for muito pequeno, as fibras, pela baixa aderência, sofrem o escorregamento (*pull-out*) sobre baixo carregamento não contribuindo muito no comportamento pós-fissuração do material. Entretanto, o ACI 544.4R-88(1988) destaca que a ruptura da fibra de aço em vigas de CRFA sujeitas a esforços de flexão raramente ocorre na prática. Devido às resistências das fibras de aço normalmente encontradas no mercado juntamente com seus baixos fatores de forma, normalmente inferiores a 100.

2.2.2.1. Resistência à Compressão

O CEB-FIP (2010) afirma que o CRFA não adquire nenhuma resistência adicional a compressão se comparado ao concreto tradicional, mas exerce uma participação fundamental quando se compara a tenacidade e absorção de energia dos dois materiais. Como ilustra a Figura 4. Já o ACI 544.1R-96(1996) afirma que a resistência última do concreto a compressão (f_c) pode sofrer um pequeno acréscimo. Podendo estar na ordem de 0% a 15% para taxas de fibras superiores a 1,5% em volume de fibra.

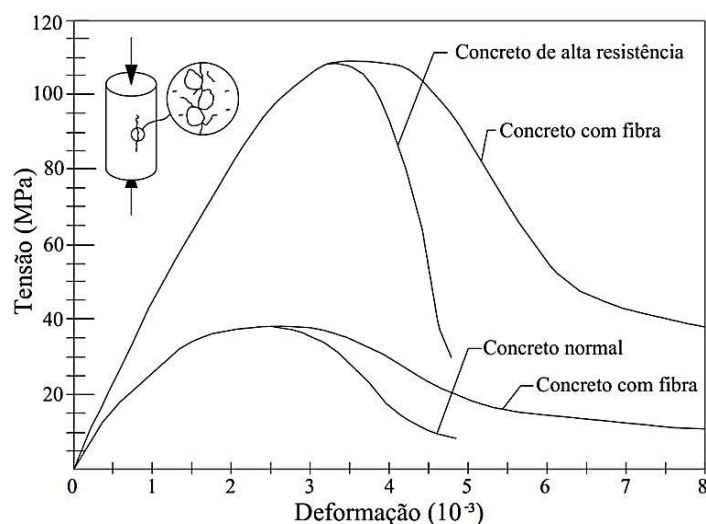


Figura 4 : Gráfico tensão-deformação para concretos com fibra e sem fibras (CEB-FIP, 2010)

Contradizendo, FIGUEIREDO (2000) pontua que a adição de fibra não objetiva alterar a resistência à compressão e que alguns trabalhos até apresentam uma redução na resistência à compressão devido à má compactação do material. À respeito do ganho de resistência à compressão do CRFA ele argumenta que as fibras trabalham como ponte de transferência de tensões mesmo sendo a esforços de tração ou cisalhamento, esforço esses que são preponderantes para a falha do material num ensaio de compressão tradicional.

No que diz respeito à curva tensão x deformação (Figura 5), obtida em ensaios de compressão de corpos de prova cilíndricos, NATARAJA et al. (1999) comentam que tanto o ramo ascendente como o descendente da curva são influenciados pela adição de fibras no concreto, porém, o grande benefício do CRFA é observado no

ramo descendente, a fase de amolecimento do concreto. De acordo BARROS (1995), na fase de amolecimento, o fator de forma das fibras e a geometria das mesmas têm menor efeito que a porcentagem de fibras. Análises sobre as curvas tensão x deformação também mostram que a adição de fibras à matriz de concreto aumenta a ductilidade e a tenacidade do concreto, visto que as fibras atuam como ponte de transferência de tensões entre fissuras, conforme mencionado em FIGUEIREDO (2000) e LOPES (2005).

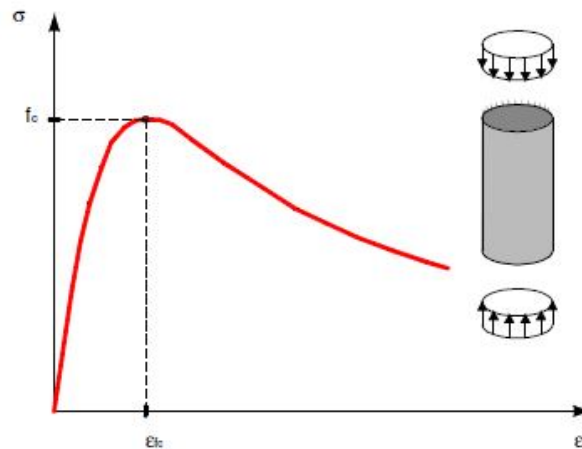


Figura 5 : Curva tensão x deformação típica obtida em ensaios de compressão – NATARAJA *et al.* (1999)

2.2.2.2. Resistência à Tração

Na resistência à tração direta o ACI 544.1R-96 (1996) afirma que as fibras geram uma melhora considerável na resistência do concreto. Na ordem de 30 a 40% para materiais com taxas de fibras superiores a 1,5%. Entretanto, o ACI 544.4R-88 (1988) coloca que a resistência à tração direta no CRFA fica na mesma ordem do concreto tradicional.

O CEB-FIP (2010) considera dois comportamentos possíveis quando lida com resistência a tração uniaxial em compósitos de CRFA, são eles: *softening* ou *hardening*. O primeiro, *softening*, também referido como amolecimento, é caracterizado pela perda de capacidade resistiva do material após o aparecimento da primeira fissura. O segundo, *hardening*, demonstra um ganho de resistência após

sua fissuração e, devido a seu ganho adicional de resistência, ocorre o aparecimento de múltiplas fissuras no material. A Figura 6 apresenta ambos os comportamentos.

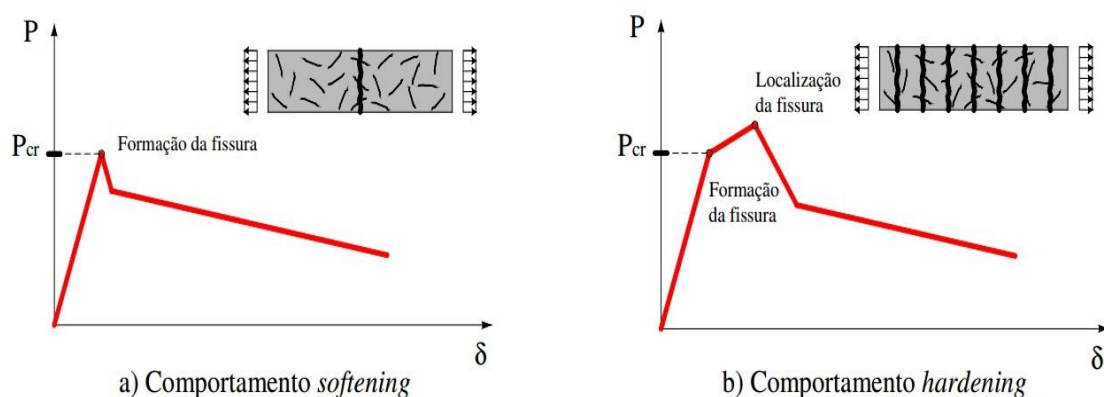


Figura 6 : Comportamento do CRFA à tração direta pelo CEB-FIP (2010) (MORAES NETO, 2013)

2.2.2.3. Resistência à Flexão

A melhora da resistência à flexão é a principal e mais notória melhoria do CRFA se comparado com o concreto simples. O ACI 544.4R-88 (1988) coloca que a influência da fibra de aço gera uma melhoria mais latente na resistência a flexão do que na resistência à compressão ou à tração direta, citadas anteriormente. O ACI 544.1R-96 (1996) já informa que a resistência à flexão em estruturas de CRFA é de 50% a 70% maiores do que a do concreto simples em testes de flexão com três pontos de carregamento.

Dois valores de resistência à flexão são normalmente abordados, o primeiro de resistência de fissuração inicial. O segundo, relativo ao maior carregamento atingido pelo material, normalmente é denominado resistência última de flexão. Tais grandezas são retiradas de ensaios de prisma à flexão. A Figura 7 representa um gráfico oriundo desse ensaio com três pontos de aplicação de carga.

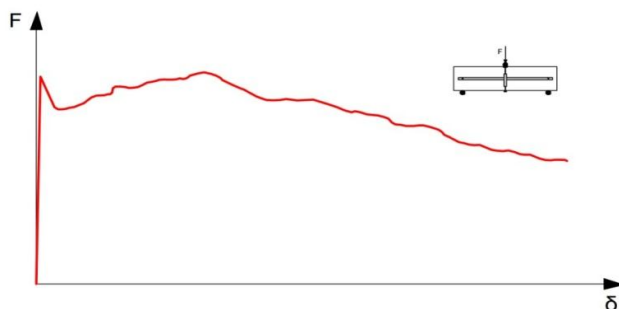


Figura 7 : Gráfico *carga x deslocamento* vertical para avaliar o CRFA sobre flexão

Para avaliar a resistência à tração na flexão no CRFA o RILEM TC 162-TDF (2002), CEB-FIP (2010) e outras normas adquirem um papel fundamental. Eles dispõem de uma metodologia específica de ensaio em prismas de CRFA para estimar a parcela de resistência residual gerada pelo CRFA numa viga submetida à flexão após sua fissuração. Para somente assim ocorrer seu correto dimensionamento.

2.3 RECOMENDAÇÕES NORMATIVAS

Neste capítulo serão analisadas as principais normas, até o presente momento, no dimensionamento à flexão de vigas de CRFA. Entre elas estão:

- ACI 544.4R-88 (1988): Design Considerations for Steel Fiber Reinforced Concrete;
- RILEM TC 162-TDF (2002): Test and Design Methods for Steel Fibre Reinforced Concrete;
- CECS 38 (2004): Technical Specification for Fiber Reinforced Concrete Structures;
- CEB-FIP Model Code (2010);
- Deutsche Ausschuss für Stahlbeton – DAfStb Technical Rule on Steel Fibre Reinforced Concrete (2010).

A diferença básica no dimensionamento à flexão entre vigas de concreto armado e de CRFA é a consideração do acréscimo de resistência gerado pela parte tracionada da seção.

Para quantizar essa participação da fibra na melhoria da resistência à flexão em vigas a maioria dos códigos propõem ensaios padronizados de flexão em prismas de

CRFA. Porém, alguns, munidos de base experimental, não impõem a realização desses ensaios e estimam a participação da fibra a partir de certos parâmetros característicos. Parâmetros estes como: taxa de fibra (V_f), fator de forma da fibra (l_f/d_f) e resistência a compressão do CRFA (f_c).

2.3.1 ACI 544.4R-88 (1988): DESIGN CONSIDERATIONS FOR STEEL FIBER REINFORCED CONCRETE

O ACI 544.4R-88 (1988) apresenta um modelo para o cálculo de vigas de CFRA sem a presença de armadura longitudinal e outro, baseado nos estudos conduzidos por HENAGER e DOHERTY (1976), com a armadura de flexão.

As equações 1 e 2 apresentam, respectivamente, a tensão de fissuração (ζ_{cf}) e a tensão última para vigas de CRFA sem a armadura longitudinal (ζ_{cu}). O código ressalta que tais equações devem se restringir a vigas de tamanho reduzido, semelhante às ensaiadas em laboratório ou em pequenos membros secundários em estruturas, de dimensões próximas a (100 x 100 x 305) mm³. Ele ressalta ainda que tais equações não devam ser usadas para cálculo em vigas de grande tamanho.

$$\sigma_{cf} = 0,843 \cdot f_r \cdot V_m + 2,93 \cdot V_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \quad \text{Equação 1}$$

Onde:

f_r : tensão de tração direta na matriz, segundo o ACI 318 (2011) se equivale à

$$f_r = 0,62 \sqrt{f_c};$$

l_f : comprimento da fibra de aço;

d_f : diâmetro da fibra de aço;

V_m : fração volumétrica da matriz, $V_m = 1 - V_f$

V_f : fração volumétrica das fibras, $V_f = 1 - V_m$

$$\sigma_{cu} = 0,97 \cdot f_r \cdot V_m + 3,41 \cdot V_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \quad \text{Equação 2}$$

Como citado anteriormente, o ACI 544.4R-88 (1988) baseia suas formulações nos estudos conduzidos por HENAGER e DOHERTY (1976). Nele, a parte tracionada da seção gera tensões que influem diretamente na resistência e comportamento da seção. Além dessa participação da parte tracionada da seção não há diferenciação no cálculo de momento resistente se comparado com a norma americana responsável pelo dimensionamento de vigas de concreto armado, o ACI 318 (2011).

Diferentemente da maioria das normas analisada neste trabalho, o ACI 544.4R-88 não exige a execução de ensaios padronizados à flexão para a caracterização do CRFA. O código estima a participação da fibra através da resistência à tração na flexão do CRFA (ζ_t), equivalente à equação 3.

$$\sigma_t = 0,00772 \cdot \frac{l_f}{d_f} \rho_f \cdot F_{be} \quad \text{Equação 3}$$

Sendo:

ρ_f : porcentagem em volume das fibras utilizada;

F_{be} : fator de eficiência da ligação fibra-matriz, variando de 1 a 2 dependendo das características da fibra utilizada.

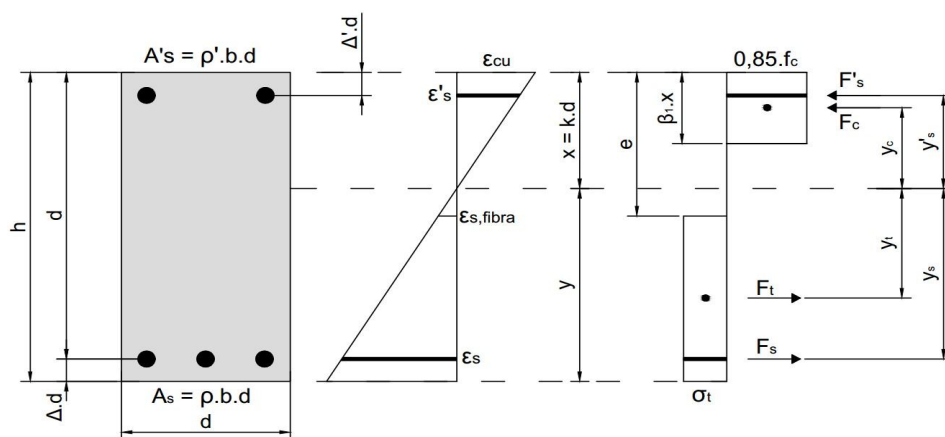


Figura 8: Modelo de flexão proposto pelo ACI 544.4R-88.

Na figura 8 a linha neutra é definida por $x = k \cdot d$ e a altura do bloco de compressão é dada por $\beta_1 \cdot x$, sendo o valor de β_1 definido segundo o ACI 318 (2011), como segue:

$$\beta_1 = \begin{cases} 0,85 & \text{se } f_c \leq 28 \text{ MPa} \\ 0,85 - \left[0,05 \left(\frac{f_c - 28}{7} \right) \right] & \text{se } 28 < f_c < 55 \text{ MPa} \\ 0,65 & \text{se } f_c \geq 55 \text{ MPa} \end{cases} \quad \text{Equação 4}$$

A cota e , apresentada na figura 8, é definida por:

$$e = (\varepsilon_{sfibra} + \varepsilon_{cu}) \cdot \frac{kd}{\varepsilon_{cu}} \quad \text{Equação 5}$$

Sendo:

$\varepsilon_{sfibra} = \zeta_f / E_s$ a deformação na fibra, onde ζ_f é a tensão de escorregamento (*pull-out*) da fibra e E_s é o módulo de elasticidade do aço. Na falta de dados experimentais se admite

$$\sigma_f = 2,3 \text{ MPa}$$

O cálculo do momento resistente M_R da seção transversal mostrada na figura 8 se dá de forma iterativa, onde há a necessidade de compatibilizar a distribuição das deformações (distribuição linear) e de se estabelecer o equilíbrio das resultantes das forças, $\sum F=0$ (F_c , F_t , F_s e F'_s).

Após ser estabelecida a compatibilização das deformações e o equilíbrio das resultantes das forças, o cálculo do momento M_R é dado por:

$$M_R = \sum F_i \cdot y_i \quad \text{Equação 6}$$

2.3.2 RILEM TC 162-TDF (2002): TEST AND DESIGN METHODS FOR STEEL FIBRE REINFORCED CONCRETE

O RILEM TC 162-TDF (2002) é um documento que foi concebido por um comitê internacional formado por especialistas que buscaram o avanço no conhecimento científico de estruturas, sistemas construtivos e materiais de construção. O documento baseia-se na mecânica da fratura do chamado modelo de fissura fictícia que se apoia na interação da tensão com a abertura de fissura, e foca basicamente em estruturas com f_c inferior a 50 MPa. Porém, informa que tais conceitos podem ser aplicados em estruturas com resistências superiores com os devidos cuidados adicionais para que as fibras não rompam de maneira frágil. O RILEM TC 162-TDF (2002), juntamente com o CEB-FIP (2010), são os principais documentos, até o presente momento, no dimensionamento de estruturas de CRFA.

A caracterização do CRFA através de ensaios de flexão padronizados é fundamental para dimensionamento conforme o RILEM TC 162-TDF (2002). O ensaio é semelhante ao adotado pelo CEB-FIP (2010), mais adiante mostrado, porém padronizado segundo o próprio RILEM TC 162-TDF (2002). Os prismas ensaiados à flexão apresentam as dimensões de (150 x 150 x 550) mm³ com carregamento aplicado no meio do vão (l), que apresenta a distância entre os apoios de 500 mm. Uma fissura inicial é induzida pela colocação de um entalhe no meio do vão do prisma, não devendo ultrapassar 25 mm de profundidade por 2 a 3 mm de espessura. Essa abertura deve ser devidamente monitorada ao longo do ensaio através de um clipe-gauge. O deslocamento horizontal da fissura é denominado *Crack Mouth Opening Displacement, CMOD*. Ele segue as dimensões e indumentária conforme a Figura 9.

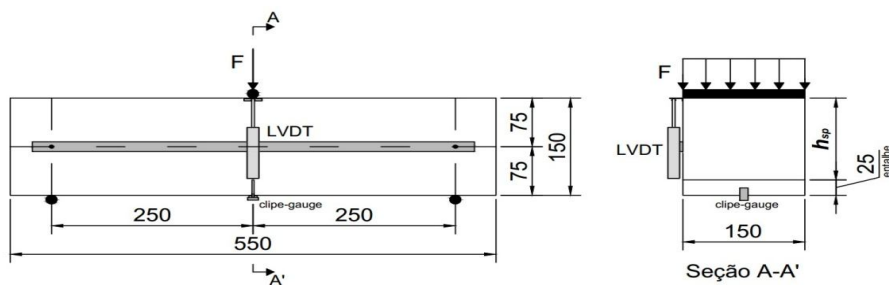


Figura 9: Ensaio de flexão (adaptado RILEM TC 162-TDF, 2002).

Na Figura 9 é apresentado o *LVDT (Linear Variable Differential Transformer)*, dispositivo responsável pela medição dos deslocamentos verticais incididos no prisma. Este deve ser colocado diretamente sobre uma estrutura auxiliar, denominada de *yoke*. A presença do *yoke* é essencial para a correta análise dos dados do ensaio, sua ausência implica em gráficos distorcidos de *carga x deslocamento* devido à captação de deformações de acomodação dos cutelos, como foi colocado por ARMELIM (1992). Assim, caso o *LVDT* esteja numa estrutura rígida à parte do sistema de ensaio, ele capta o acúmulo destas deformações adicionais, o que acaba comprometendo os dados captados ao longo do ensaio.

Diferença básica entre o RILEM TC 162-TDF (2002) e o CEB-FIP (2010) é que o primeiro permite a análise da resistência à tração na flexão tanto pelo gráfico *carga x deslocamento vertical* quanto pela *carga x CMOD (Crack Mouth Opening Displacement)*.

A Figura 10 mostra um gráfico *carga x deslocamento vertical* usado pelo RILEM TC 162TDF (2002) para dimensionamento de uma viga de CRFA.

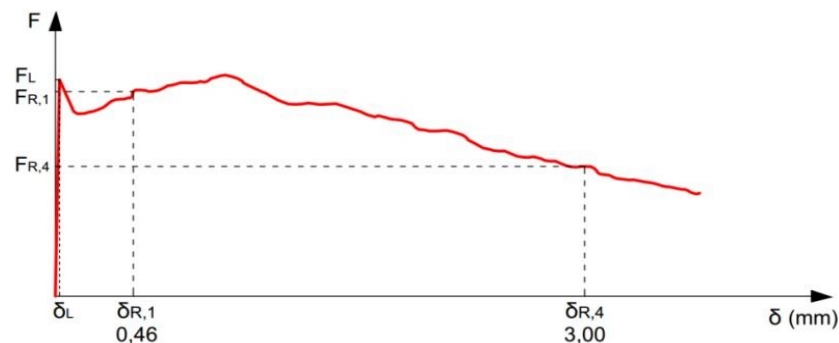


Figura 10: Gráfico carga x deslocamentos verticais segundo o RILEM TC 162-TDF (2002)

Como pode ser observado pela figura 10 o RILEM TC 162-TDF (2002) realiza uma equivalência entre a abertura de fissura (*CMOD*) e o deslocamento vertical. O $COMD_1$ equivale ao $\delta_{R,1}$, um deslocamento vertical no valor de 0,46 mm, já o $COMD_4$ equivale ao $\delta_{R,4}$ no valor de 3,00 mm.

O documento introduz o limite de proporcionalidade (F_L), carregamento em que o material deixa o seu comportamento elástico devido sua fissuração. A tensão relativa a esse carregamento ($f_{fct,L}$) é dada pela equação 7.

$$f_{fct,L} = \frac{3 \cdot F_L \cdot L}{2 \cdot b \cdot h_{sp}^2} \quad \text{Equação 7}$$

Para as resistências residuais a tração na flexão ($f_{R,i}$) retirados das relações *carga x CMOD* ou *carga x deslocamento vertical* o documento não diverge do CEB-FIP (2010) tanto nos valores pré-estabelecidos para os *COMDs* (0,5; 1,5; 2,5 e 3,5 mm) quanto nas tensões relativa a estes, elas são apresentadas pela equação 8.

$$f_{R,i} = \frac{3 \cdot F_{R,i} \cdot L}{2 \cdot b \cdot h_{sp}^2} \quad \text{Equação 8}$$

Onde:

$f_{R,i}$: resistência residual à tração na flexão relativo ao $CMOD_i$, com [$i= 1, 2, 3$ e 4], ou $\delta_{R,i}$ com [$i= 1$ e 4];

$F_{R,i}$: carga relativa ao respectivo $CMOD_i$, com [$i= 1, 2, 3$ e 4], ou $\delta_{R,i}$ com [$i= 1$ e 4];

$CMOD_i$: abertura da fissura (*Crack Mouth Opening Displacement*), podendo assumir [$i= 1, 2, 3$ e 4];

l : vão da viga ensaiada, $l = 500 \text{ mm}$;

b : base da viga ensaiada, $b = 150 \text{ mm}$;

h_{sp} : distância entre o entalhe e o topo da seção transversal

$h_{sp} = 125 \text{ mm}$

A lei constitutiva do CRFA adotada pelo RILEM TC 162-TDF (2002) na flexão é exclusivamente *softening* (conforme indica a Figura 11). Assim, após sua fissuração o documento não considera um ganho de resistência superior à atingida durante a

formação da primeira fissura. A relação tensão-deformação para o material segue conforme o gráfico ilustrado pela Figura 11.

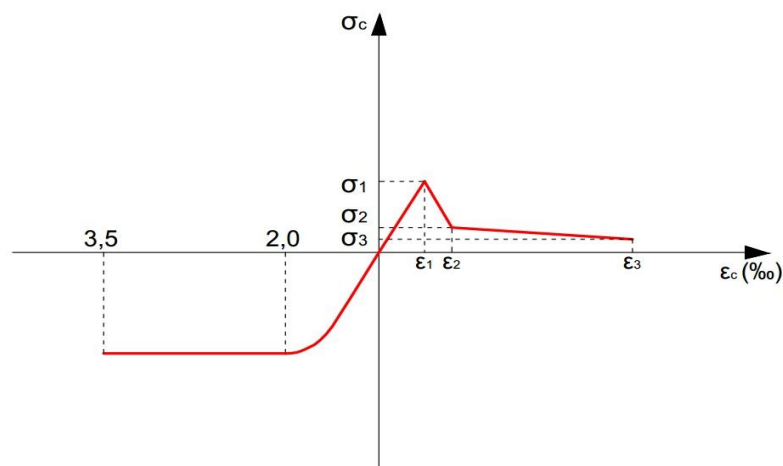


Figura 11 : Relação tensão-deformação no CRFA segundo o RILEM TC 162-TDF (2002)

Observa-se no gráfico da figura 11 o comportamento do material à compressão e tração.

As deformações últimas de compressão no concreto, ϵ_{cu} , são limitadas à no máximo 3,5‰ semelhante à recomendação de diversas normas internacionais no que diz respeito ao concreto armado tradicional.

As deformações ϵ_1 , ϵ_2 e ϵ_3 possuem suas respectivas tensões ζ_1 , ζ_2 e ζ_3 . A grandeza ζ_1 representa a tensão de fissuração do CRFA ou f_{cr} , as tensões ζ_2 e ζ_3 também são também denominadas de f_{tm} e $f_{t,bot}$ respectivamente. Por conseguinte, as deformações de ϵ_1 à ϵ_3 são equivalentes a ϵ_{cr} , ϵ_{tm} e $\epsilon_{t,bot}$.

Os valores para as tensões pré-estabelecidas pelo RILEM TC 162-TDF (2002) seguem as equações de 9 a 11.

$$f_{cr} = \sigma_1 = 0,7 \cdot f_{ctm,f} \cdot \left(1,6 - \frac{d}{1000}\right) \quad \text{Equação 9}$$

$$f_{trn} = \sigma_2 = 0,45 \cdot f_{R,1} \cdot K_h \quad \text{Equação 10}$$

$$f_{t,bot} = \sigma_3 = 0,37 \cdot f_{R,4} \cdot K_h \quad \text{Equação 11}$$

Onde:

k_h : fator de forma;

$f_{ctm,f}$: resistência média a tração na flexão.

O fator de forma, k_h , corrige distorções na resistência devido às dimensões na peça analisada e é dado pela equação 12 e pelo gráfico mostrado na Figura 12.

$$k_h = \begin{cases} 1 & \text{se } 0 \leq h \leq 125 \\ \frac{0.6 \cdot (600 - h)}{475} + 0.4 & \text{se } 125 < h \leq 600 \\ 0.4 & \text{se } h > 600 \end{cases} \quad \text{Equação 12}$$

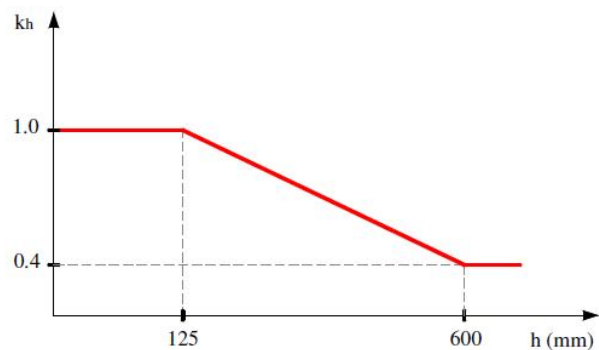


Figura 12 : Fator de escala kh – Adaptado do RILEM 162-TDF (2002).

Os valores da resistência média a tração na flexão ($f_{ctm,f}$), neste trabalho, seguiram as recomendações dadas pelo CEB-FIP (2010) e seguem as equações 13 e 14.

$$f_{ctm,f} = f_{ctm} \cdot \frac{1 + 0.06 \cdot h^{0.7}}{0.06 \cdot h^{0.7}} \quad \text{Equação 13}$$

$$f_{ctm} = \begin{cases} 0.3 \cdot (f_c - 8)^{2/3} & \text{se } f_c \leq 58 \text{ MPa} \\ 2.12 \cdot \ln(1 + 0.1 \cdot f_c) & \text{se } f_c > 58 \text{ MPa} \end{cases} \quad \text{Equação 14}$$

Já as deformações relativas às tensões colocadas anteriormente seguem as equações 15, 16 e 17.

$$\varepsilon_{cr} = \varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E_c} = \frac{f_{cr}}{E_c} \quad \text{Equação 15}$$

$$\varepsilon_{trn} = \varepsilon_2 = \varepsilon_{cr} + 0,1 \text{ [‰]} \quad \text{Equação 16}$$

$$\varepsilon_{t,bot} = \varepsilon_3 = 25 \text{ ‰} \quad \text{Equação 17}$$

Apresenta-se na figura 13 o modelo de flexão proposto pelo RILEM TC 162-TDF (2002). O cálculo do momento resistente M_R é dado de forma iterativa. Após alcançar a compatibilidade das deformações (ε) e o equilíbrio das resultantes de força $\sum F=0$ (F_{cu} , F_{cy} , F_{cr} , F_{trn} , $F_{t,bot}$, F_s e F'_s), M_R é definido por:

$$M_R = \sum F_i \cdot y_i \quad \text{Equação 18}$$

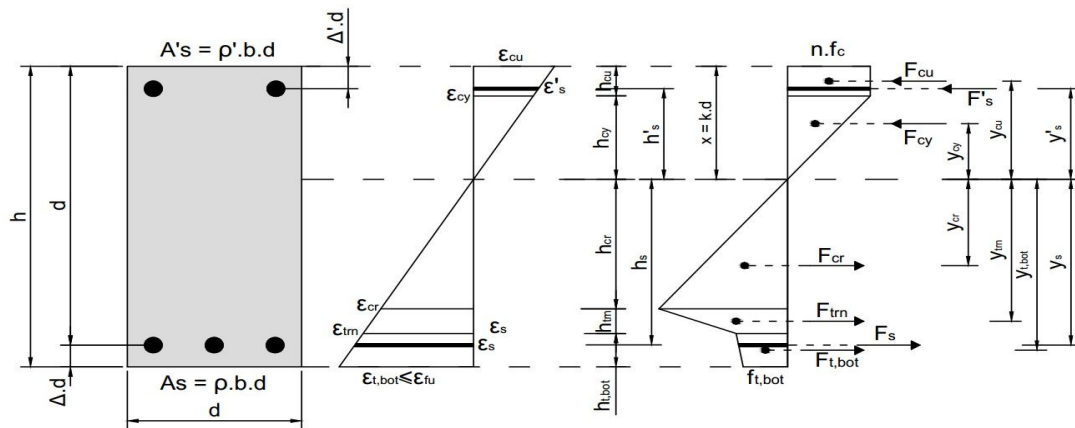


Figura 13: Modelo de flexão proposto pelo RILEM TC 162-TDF (2002).

2.3.3 CECS 38 (2004) – TECHNICAL SPECIFICATION FOR FIBER REINFORCED CONCRETE STRUCTURES

O CECS 38 (2004) não exige nenhum ensaio padronizado para caracterizar o CFRA. Suas considerações são semelhantes ao código americano ACI 544.4R-88 (1988), mostrado anteriormente, porém com certas peculiaridades. Pode-se dizer que é um modelo bastante prático se considerado a maioria dos demais analisados por este trabalho.

A diferença básica do cálculo do momento resistente entre vigas de CRFA e de concreto armado, segundo o código chinês, é apenas a participação da parte tracionada da seção na resistência da viga. O CECS 38 (2004) representa essa participação através de um bloco retangular de tensões. O valor da resistência à tração do CFRA (f_{ftu}) nesse bloco de tensões é dado pela equação 19.

$$f_{ftu} = f_t \cdot \beta_{tu} \cdot \lambda_t \quad \text{Equação 19}$$

Onde:

f_t : resistência á tração direta, dada pela equação 20;

β_{tu} : fator de utilização da viga, ver tabela 3;

λ_t : fator que leva em conta a participação da fibra,

$$\lambda_t = \rho_f \cdot \frac{l_f}{d_f}$$

ρ_f : taxa volumétrica de fibra;

l_f : comprimento da fibra;

d_f : diâmetro da fibra.

A Tabela 3 mostra os valores assumidos por β_{tu} dependo de sua utilização.

Tabela 3 :Valores assumidos pelo β_{tu}

	Viga sobre esforços de flexão ou compressão com grandes excentricidades	Viga sobre tração axial sem ou com pequenas excentricidades	Viga sobre tração axial com grandes excentricidades
β_{tu}	1,3	0,4	0,65

A resistência à tração direta (f_t) da matriz de CFRA é retirada diretamente do GB 500010 (2002), código chinês que lida com o dimensionamento de concreto armado, dado pela equação 20.

$$f_t = 0,88 \cdot 0,395 \cdot f_{cu}^{0,55} \cdot (1 - 1,645 \cdot \delta) \cdot 0,45 \quad \text{Equação 20}$$

Onde:

f_{cu} : resistência à compressão;

δ : fator relativo à Tabela 4;

Tabela 4 :Valores assumidos pelo δ

f_c (MPa)	15	20	25	30	35	40	45	50	60-80
δ	0,21	0,18	0,16	0,14	0,13	0,12	0,12	0,11	0,11

Vale ressaltar que o código chinês considera a deformação máxima no concreto (ϵ_{cu}) como 3,3‰ e a deformação máxima no aço (ϵ_s) como 25‰.

O modelo de flexão proposto pelo CECS 38 (2004) é mostrado na figura 14. Conforme discutido anteriormente, as considerações do CECS dizem respeito à participação das fibras no modelo (concreto tracionado), sendo o concreto comprimido definido segundo o GB50010 (2002), que define o modelo de flexão para o concreto armado (sem fibras).

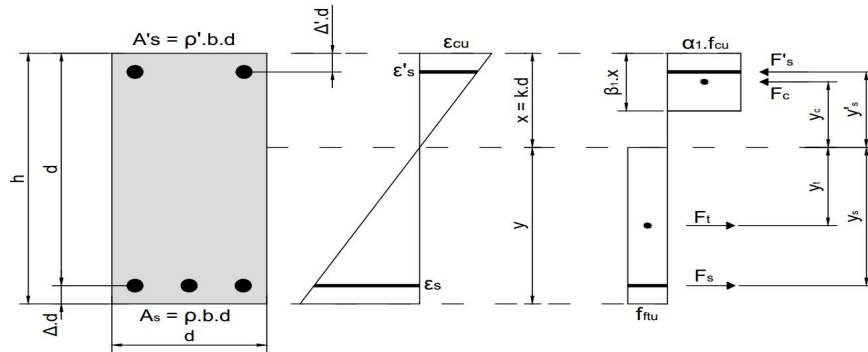


Figura 14: Modelo de flexão segundo o CECS 38 (2004).

No tocante ao bloco de compressão, os valores de α_1 e β_1 são dados conforme as recomendações do GB50010 (2002), como segue:

$$\alpha_1 = \begin{cases} 1,0 & \text{se } f_{cu} \leq 50 \text{ MPa} \\ \frac{33 - 0,06 \cdot f_{cu}}{30} & \text{se } 50 < f_{cu} < 80 \text{ MPa} \\ 0,94 & \text{se } f_{cu} \geq 80 \text{ MPa} \end{cases}$$

Equação 21

$$\beta_1 = \begin{cases} 0,8 & \text{se } f_{cu} \leq 50 \text{ MPa} \\ \frac{27 - 0,06 \cdot f_{cu}}{30} & \text{se } 50 < f_{cu} < 80 \text{ MPa} \\ 0,74 & \text{se } f_{cu} \geq 80 \text{ MPa} \end{cases}$$

Equação 22

Sendo $f_{cu} = f_c/0,8$ a resistência à compressão do concreto obtido em corpo de prova cúbico. A deformação máxima permitida à compressão (ϵ_{cu}) é 3,3‰.

Novamente, o cálculo do momento resistente (M_R) é estabelecido, ver equação 23, iterativamente após ser alcançada a compatibilização das deformações ϵ e o equilíbrio das resultantes de força, $\Sigma F=0$ (F_c , F_t , F_s e F'_s), da seção apresentada na figura 14.

$$M_R = \sum F_i \cdot y_i$$

Equação 23

2.3.4 CEB-FIP MODEL CODE (2010)

A FIB (*Fédération Internationale du Béton*) é uma organização internacional de concreto estrutural formada quando o CEB (*Comité Euro-International du Béton*) e o FIP (*Fédération Internationale de la Précontrainte*) uniram-se e foram responsáveis pela elaboração do CEB-FIP (2010). A caracterização do CRFA é essencial para o dimensionamento segundo o CEB-FIP (2010). Os testes de caracterização são padronizados pela EN 14651 (2005) e é semelhante ao adotado pelo RILEM TC 162-TDF (2002). A Figura 15 mostra as dimensões, características e indumentária do ensaio padronizado pela EN 14651 (2005).

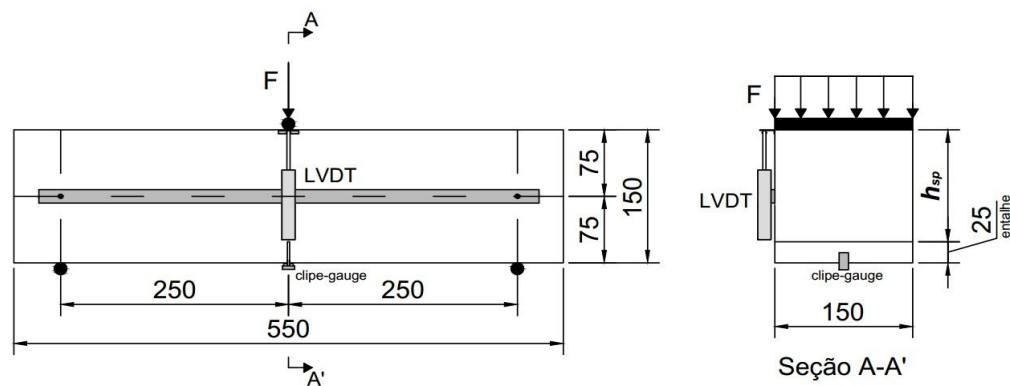


Figura 15 : Ensaio num prisma de CRFA padronizado pelo EN 14651 (2005)

A resistência residual à tração na flexão, $f_{R,i}$ ($i= 1, 2, 3$ e 4), é a principal grandeza oriunda dos ensaios nos prismas e necessária para o dimensionamento de estruturas de CRFA à flexão. Tais resistências são relativas aos quatro valores de abertura de fissura ($CMOD$) fixados pelo CEB-FIP (2010).

Os dados hipotéticos gerados pelo ensaio são ilustrados pelo gráfico de *carga x CMOD* na Figura 16. Nele são mostrados os quatro valores preestabelecidos pelo CEB-FIP (2010) de $CMOD$: 0,5; 1,5; 2,5 e 3,5 mm e os seus respectivos carregamentos, de F_1 a F_4 .

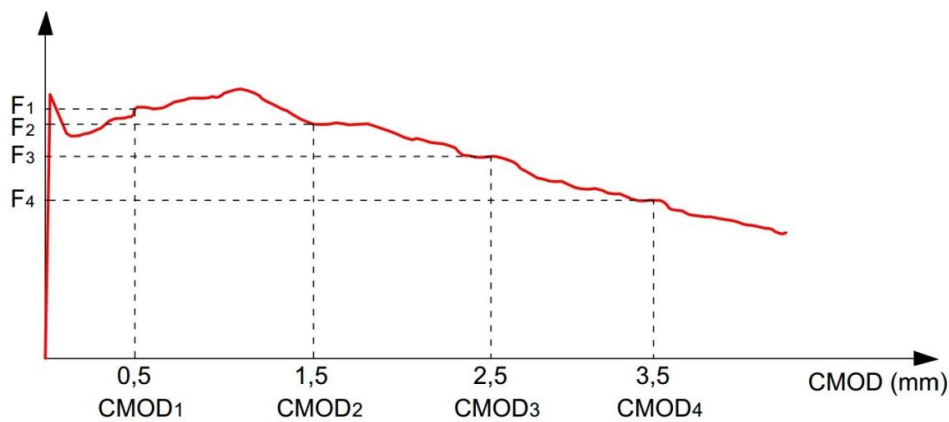


Figura 16 : Exemplo de gráfico *carga x CMOD* segundo o CEB-FIP (2010)

Para obtenção das tensões de tração na flexão gerada nos $CMODs$ pré-fixados pelo CEBFIP (2010) a equação 17 é apresentada.

$$f_{R,i} = \frac{3 \cdot F_i \cdot L}{2 \cdot b \cdot h_{sp}^2} \quad \text{Equação 24}$$

Onde:

$f_{R,i}$: resistência residual à tração na flexão relativo ao $CMOD_i$, com [$i= 1, 2, 3$ e 4];

F_i : carga relativa ao respectivo $CMOD_i$, com [$i= 1, 2, 3$ e 4];

CMOD: espessura da abertura de fissura (*Crack Mouth Opening Displacement*), podendo assumir [i= 1, 2, 3 e 4];

l: vão da estrutura ensaiada, $l = 500 \text{ mm}$;

b: base da estrutura ensaiada, $b = 150 \text{ mm}$;

h_{sp} : distância entre o entalhe e o topo da seção transversal, $h_{sp} = 125 \text{ mm}$.

O CEB-FIP (2010) admite duas leis constitutivas possíveis para o CRFA, ambas simplificando a interação tensão-abertura de fissura. Segundo o código, o CRFA pode assumir um modelo rígido-plástico ou um modelo linear pós-fissuração, sendo que este último pode assumir a natureza *softening* ou *hardening*, com perda ou ganho de resistência, respectivamente, após sua fissuração.

O modelo rígido-plástico admite uma resistência última à flexão (f_{Ftu}) independente da abertura de fissura até sua abertura última admissível (w_u) for atingida. Já modelo pós linear pode, como citado anteriormente, pode assumir uma natureza *softening* ou *hardening*, dependendo fundamentalmente dos valores retirados dos ensaios dos prismas de CRFA. A Figura 17 apresenta ambas as leis constitutivas.

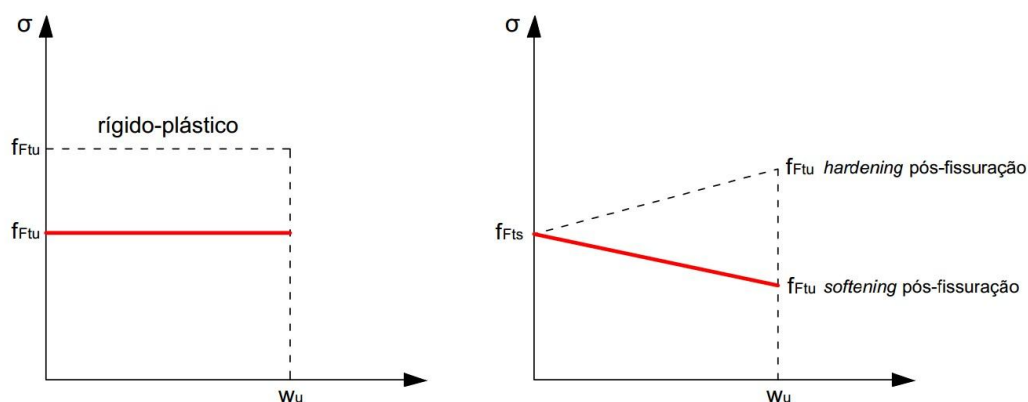


Figura 17 : Leis constitutivas do CRFA segundo CEB-FIP (2010)

A grandeza f_{Fts} , introduzida pela Figura 17, representa a tensão residual à tração na flexão em serviço. Que é definida pelo CEB-FIP (2010) conforme a Equação 25.

$$f_{Fts} = 0,45 \cdot f_{R1}$$

Equação 25

O f_{Ftu} varia segundo o comportamento observado durante os ensaios de caracterização do CRFA, caso adotado um modelo rígido-plástico ele segue a Equação 26, caso seja um modelo *softening* ou *hardening* é adotada a Equação 27.

$$f_{Ftu} = \frac{f_{R3}}{3} \quad \text{Equação 26}$$

$$f_{Ftu} = f_{Fts} - \frac{w_u}{CMOD_3} \cdot (f_{Fts} - 0,5 \cdot f_{R3} + 0,2 \cdot f_{R1}) \geq 0 \quad \text{Equação 27}$$

Onde:

w_u : abertura máxima da fissura, o valor depende da ductilidade exigida para o CRFA, não pode exceder os 2,5 mm.

Abertura máxima da fissura admissível (w_u) é definida pela Equação 28.

$$w_u = \varepsilon_{Fu} \cdot l_{cs} \quad \text{Equação 28}$$

Onde:

ε_{Fu} : deformação de ruptura do CRFA, assumindo 2% para deformações de tração variáveis ao longo da seção e 1% para tensões de tração constantes ao longo de toda a seção; l_{cs} : comprimento estrutural característico (*structural characteristics length*). Destaca-se que para estruturas que também utilizam armaduras tradicionais l_{cs} assume os valores mínimos segundo a equação 29.

$$l_{cs} = \min \{s_{rm}, y\} \quad \text{Equação 29}$$

Sendo:

s_{rm} : distância média entre fissuras;

y : distância da linha neutra a base da seção transversal tracionada, no caso de vigas flexionadas, pode ser considerada como $y = h/2$.

Para estimar o momento resistente de uma viga de CRFA o CEB-FIP (2010) sugere um modelo iterativo. Primeiramente são determinadas as deformações na seção transversal esperadas para quando o material atingir seu Estado Limite Último (ELU). Depois é fixada a deformação última de compressão no concreto, pela equação

30. A seguir é aleatoriamente fixado um valor para linha neutra, assim, caso a deformação da parte tracionada não seja superior ao limite imposto pela equação 24, é calculado o equilíbrio horizontal. No caso deste não ser atingido ($\Sigma F \neq 0$), outro posicionamento da linha neutra é definido. O procedimento é realizado até o equilíbrio horizontal seja atingido ($\Sigma F = 0$). Sempre satisfazendo os limites de deformação fixados pelas Equações 30 e 31.

$$\varepsilon_{cu} = \begin{cases} \left\{ \begin{array}{l} 3,5\text{‰} \text{ se } f_c \leq 58 \text{ MPa} \\ 2,6 + 35 \left[\frac{90 - (f_c - 8)}{100} \right]^4 \text{ se } f_c > 58 \text{ MPa} \end{array} \right\} \text{ se } \varepsilon_s \leq 25\text{‰} \\ \frac{\varepsilon_s \cdot k}{1 - k} \text{ se } \varepsilon_s > 25\text{‰} \end{cases} \quad \text{Equação 30}$$

$$\varepsilon_{t,bot} = \begin{cases} \frac{\varepsilon_{cu} \cdot (1 - k + \Delta)}{k} \text{ se } \frac{\varepsilon_{cu} \cdot (1 - k + \Delta)}{k} \leq \varepsilon_{fu} \\ \varepsilon_{fu} \text{ se } \frac{\varepsilon_{cu} \cdot (1 - k)}{k} > \varepsilon_{fu} \end{cases} \quad \text{Equação 31}$$

Sendo:

k : é a grandeza que indica a posição da linha neutra x , é igual a razão de x/d . Sendo d altura útil da peça;

Δ : grandeza que indica a o cobrimento adotado da armadura é igual a $\Delta = \frac{c + \frac{\phi}{2}}{d}$.

Com c sendo o cobrimento, e ϕ a bitola da armadura utilizada.

O CEB-FIP (2010) propõe o modelo de flexão apresentado na figura 18

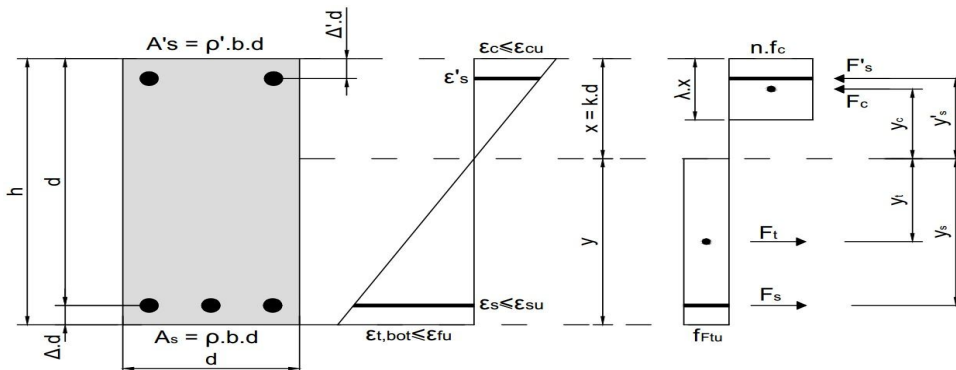


Figura 18 : Deformações e tensões numa seção transversal segundo o CEB-FIP

(2010).

No que diz respeito à distribuição das tensões, o bloco de compressão é definido em função dos parâmetros λ e η , os quais são definidos pelo CEB-FIP (20010) como segue:

$$\lambda = \begin{cases} 0,8 & \text{se } f_c \leq 50 \text{ MPa} \\ 0,8 - \frac{(f_c - 50)}{400} & \text{se } 50 < f_c \leq 90 \text{ MPa} \end{cases} \quad \text{Equação 32}$$

$$\eta = \begin{cases} 1 & \text{se } f_c \leq 50 \text{ MPa} \\ 1 - \frac{(f_c - 50)}{200} & \text{se } 50 < f_c \leq 90 \text{ MPa} \end{cases} \quad \text{Equação 33}$$

o cálculo de M_R é dado a partir da equação 34.

$$M_R = \sum F_i \cdot y_i \quad \text{Equação 34}$$

2.3.5 DEUTSCHE AUSSCHUSS FÜR STAHLBETON – DAFSTB TECHNICAL RULE ON STEEL FIBRE REINFORCED CONCRETE DRAFT-2010

A norma alemã, DAfStb (2010), apresenta um documento especificamente voltado para o dimensionamento de peças de CRFA. Nele, são mostrados os modelos constitutivos considerados para o material e as especificações para o ensaio de caracterização do mesmo. Ensaio que se difere dos apresentados até então pelo RILEM TC 162-TDF (2002) e CEBFIP (2010).

No ensaio especificado pelo DAfStb (2010) não é colocado nenhum entalhe no meio do vão dos prismas ensaiados. As vigas apresentam dimensões de (700 x 150 x 150) mm³, sendo 600 mm a distância entre os apoios. O carregamento é colocado sobre dois pontos de aplicação de carga e apenas deslocamento vertical é monitorado no meio do vão em ambas as faces da viga. A Figura 15 mostra o ensaio estabelecido pela norma alemã.

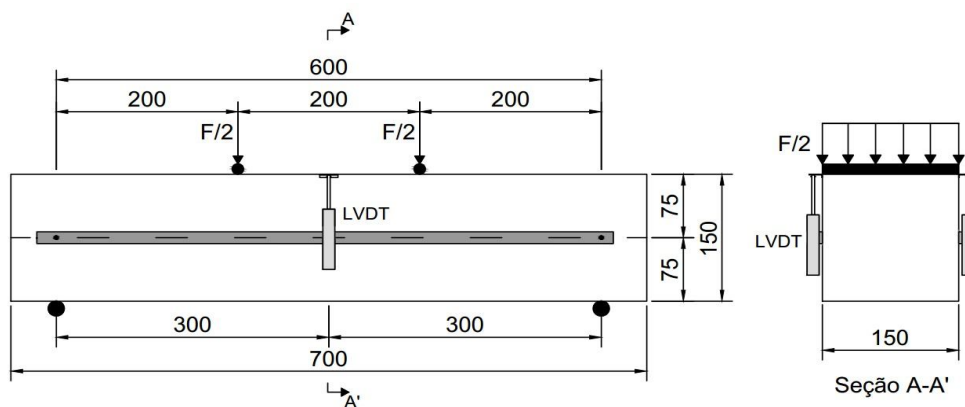


Figura 19 : Ensaio num prisma de CRFA padronizado pelo DAfStb (2010)

A DAfStb (2010), além de apresentar diversos procedimentos de segurança na confecção e preparo dos prismas, define o número mínimo de 6 amostras para a correta caracterização do CRFA. Ele também fixa a velocidade do ensaio em 0,10 mm/min até o deslocamento de 0,75 mm for atingindo. Depois de 0,75 mm a velocidade pode ser aumentada para 0,30 mm/min.

O código alemão introduz duas classes de utilização no CRFA, o L1 e L2. O primeiro representa o Estado Limite de Serviço (ELS) e o segundo o Estado Limite Último (ELU). Sua principal utilização refere-se aos ensaios de flexão. O L1 corresponde ao deslocamento vertical de 0,5 mm (δ_{L1}) e o L2 ao deslocamento de 3,5 mm (δ_{L2}). Um típico gráfico *carga x deslocamento vertical* gerado pelo ensaio da norma alemã é ilustrado pela Figura 20. Nele é possível observar as classes de utilização, L1 e L2, e os carregamentos relativos para tais níveis de utilização, $F_{0,5}$ e $F_{3,5}$ respectivamente.

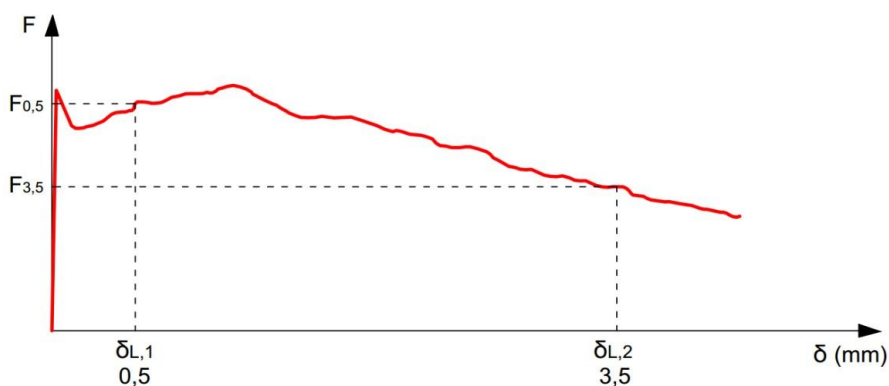


Figura 20 : Gráfico carga x deslocamento vertical segundo o DAfStb (2010)

Segundo o DAfStb (2010) a curva *carga x deslocamento vertical* deve ser monótona entre δ_{L1} (0,5 mm) e δ_{L2} (3,5 mm). Caso não seja observado tal comportamento, o menor valor para resistência pós-fissuração dentro do intervalo deve ser assumido como δ_{L2} , e inserido diretamente na equação 35. A Figura 21 ilustra um gráfico que se encontra nessa categoria.

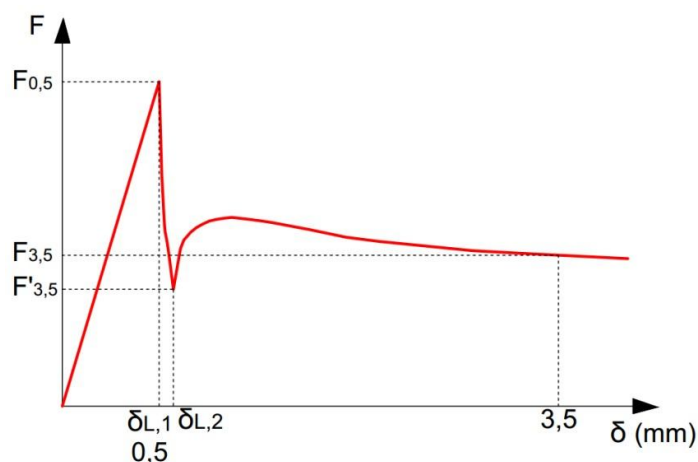


Figura 21 : Gráfico *carga x deslocamento vertical* ajustado segundo a DAfStb (2010)

A resistência à tração pós-fissuração médias ($f_{cfm,L1}^f$ e $f_{cfm,L2}^f$) no CRFA em relação a L1 e L2 são colocados pelas equação 35 e 36.

$$f_{cfm,L1}^f = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{F_{0,5,i} \cdot l}{b_i \cdot h_i^2} \quad \text{Equação 35}$$

$$f_{cfm,L2}^f = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{F_{3,5,i} \cdot l}{b_i \cdot h_i^2} \quad \text{Equação 36}$$

Sendo:

n : número de primas CRFA ensaiados;

b_i : base da viga, sendo $i=[n]$, $b = 150 \text{ mm}$;

h_i : altura da viga, sendo $i=[n]$, $h = 150 \text{ mm}$;

l : vão da viga, $l = 600 \text{ mm}$.

O valor da resistência à flexão pós-fissuração característica ($f_{cfik,Li}^f$), sendo $i=[1 \text{ e } 2]$ relativo a L1 e L2, é dado pela Equação 37.

$$f_{cfik,Li}^f = e^{(L_{cfim,Li}^f - k_s \cdot L_s)} \leq 0,51 \cdot f_{cfim,Li}^f \quad \text{Equação 37}$$

Sendo:

$L_{cfim,Li}^f$: valores médios dos resultados de $f_{cfim,Li}^f$ em forma de logaritmo,
 $L_{cfim,Li}^f = \frac{1}{n} \sum \ln(f_{cfi,Li}^f)$,

$$L_s = \sqrt{\frac{\sum [L_{cfim,Li}^f - \ln(f_{cfi,Li}^f)]^2}{n-1}};$$

L_s : desvio padrão de $L_{cfim,Li}^f$,

k_s : fator de fragilidade, dado pela Tabela 5.

Tabela 5: Fator de fragilidade, k_s

Número de prismas, n	Fator de fragilidade, k_s
6	2,336
9	2,141
12	2,048
15	1,991
20	1,932
25	1,895
100	1,760
-	1,645

Os valores base para as resistências à tração pós-fissuração: $f_{ct0,L1}^f, f_{ct0,L2}^f$ e $f_{ct0,u}^f$ são mostrados pelas equações 38, 39 e 40. Nesta última é introduzido a grandeza $f_{ct0,u}^f$ que é dependente de L2 e mais na frente representará a resistência

à tração no CRFA caso seja considerado no dimensionamento o bloco de tensões retangular à tração.

$$f_{ct0,L1}^f = f_{ctlk,L1}^f \cdot \beta_{L1} \quad \text{Equação 38}$$

$$f_{ct0,L2}^f = f_{ctlk,L2}^f \cdot \beta_{L2} \quad \text{Equação 39}$$

$$f_{ct0,u}^f = f_{ctlk,L2}^f \cdot \beta_u \quad \text{Equação 40}$$

Onde:

β_{L1} : fator usado para determinar a resistência à tração pós-fissuração na classe 1, $\beta_{L1} = 0,40$;

β_{L2} : fator usado para determinar a resistência à tração pós-fissuração na classe 2, definido pela Equação 31, e pode assumir o valor simplificado de 0,25;

β_u : fator usado para determinar a resistência à tração pós-fissuração no ELU quando o bloco de tensões retangular à tração é utilizado, $\beta_u = 0,37$;

$$\beta_{L2} = \begin{cases} \frac{1}{3} \cdot \frac{L2}{L1} + 0,02 \text{ se } 0,7 \leq \frac{L2}{L1} \leq 1,0 \\ 0,18 \cdot \frac{L2}{L1} + 0,17 \text{ se } 1 < \frac{L2}{L1} \leq 1,5 \\ 0,44 \text{ se } \frac{L2}{L1} > 1,5 \end{cases} \quad \text{Equação 41}$$

Finalmente, o cálculo da resistência à tração pós-fissuração é equivalente às equações 42, 43 e 44. Nelas são colocados fatores que levam em consideração a orientação das fibras e as dimensões da peça analisada.

$$f_{ctR,L1}^f = k_F^f \cdot k_G^f \cdot f_{ct0,L1}^f \quad \text{Equação 42}$$

$$f_{ctR,L2}^f = k_F^f \cdot k_G^f \cdot f_{ct0,L2}^f \quad \text{Equação 43}$$

$$f_{ctR,u}^f = k_F^f \cdot f_{ct0,u}^f \quad \text{Equação 44}$$

Onde:

k_F^f : fator que leva em conta as orientações das fibras. Assume-se como 0,5 para grandes áreas horizontais ($b > 5h$) e 1,0 para esforços de tração e flexão.

k_G^f : fator que leva em conta as dimensões da peça analisada,

$$k_G^f = 1,0 + A_{cf}^f \cdot$$

O modelo constitutivo adotado para tração segundo o DAfStb (2010) depende fundamentalmente dos resultados do ensaio de caracterização dos prismas de CRFA. O código permite a simplificação da relação *tensão x deformação* através de um bloco retangular de tensões quando a razão L2/L1 estiver entre 0,7 e 1,0. O mesmo bloco é obrigatório caso a relação citada for inferior a 0,7. Já sua utilização para L2/L1 acima de 1,0 é desaconselhada.

O modelo trapezoidal de *tensão x deformação* pode ser adotado quando o a relação L2/L1 estiver entre 0,7 e 1,0. O mesmo modelo é obrigatório quando a relação for superior a 1,0. Esse modelo já leva em consideração as resistências $f_{ctR,L1}^f$ e $f_{ctR,L2}^f$, diferente do bloco retangular de tensões que considera apenas $f_{ctR,u}^f$. A Figura 22 ilustra ambos os modelos para o CRFA sobre tração. Assim, o DAfStb (2010) acaba permitindo um modelo *hardening* dependendo dos resultados dos ensaios caso o $f_{ctR,L2}^f$, seja maior que o $f_{ctR,L1}^f$.

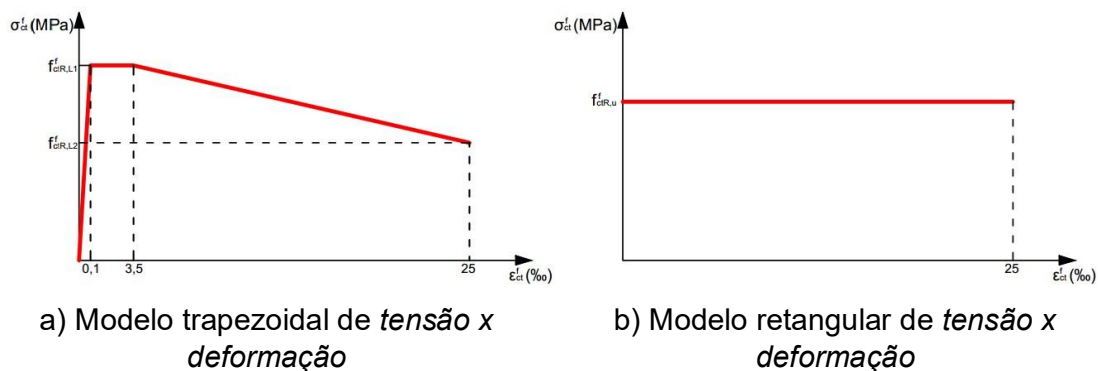


Figura 22 : Gráficos de *tensão x deformação* para o CRFA à tração segundo a DAfStb (2010)

O DAfStb (2010) apresenta um diagrama, Figura 23, no qual apresenta o comportamento de β_{L1}, β_{L2} e β_u para os diversos valores de L2/L1. Caso a razão L2/L1 seja inferior a 0,7 não é utilizado β_{L1} e β_{L2} . Abaixo desse valor o código alemão considera viável para cálculo apenas o bloco de tensões retangulares de tração e consecutivamente o β_u .

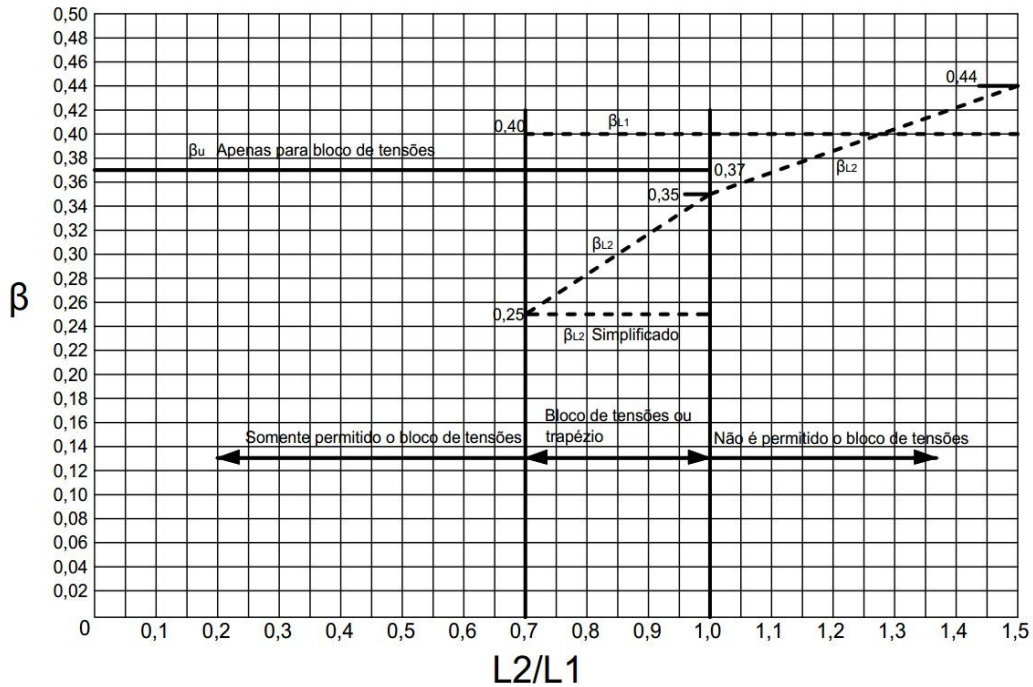


Figura 23 : Diagrama para β_{L2} segundo a DafStb (2010)

MONDO (2011) apresenta um estudo que permite a estimativa da grandeza $f_{ctR,u}^f$. Porém, o autor deixa claro que tal estimativa de tensão pós-fissuração serve apenas como um paliativo na ausência de ensaios de caracterização adequados exigidos pela DAfStb (2010), não servindo como parâmetro para dimensionamento segundo a norma alemã, mas apenas como instrumento que permite seu cálculo imediato. Tal estimativa corresponde à Equação 45.

$$f_{ctR,u}^f = \left[\min\left(0,0186 \cdot RI; 0,0097 \cdot RI + 0,8516; \frac{1,15 \cdot 100}{f_c}\right) \right] \cdot \frac{f_c}{100} \quad \text{Equação 45}$$

Sendo:

$$RI = V_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \quad (\text{em } \%)$$

Para cálculo do momento resistente da seção transversal (M_R), é utilizado um modelo interativo semelhante ao previamente apresentado para o cálculo segundo as outras normas. Neste, leva-se em consideração os modelos constitutivos para o CRFA propostos pela DAfStb (2010). Mais especificamente a simplificação da resposta à tração do material, utilizando o bloco retangular de tração.

O modelo de flexão proposto pelo DAfStb (2010) é mostrado na figura 24.

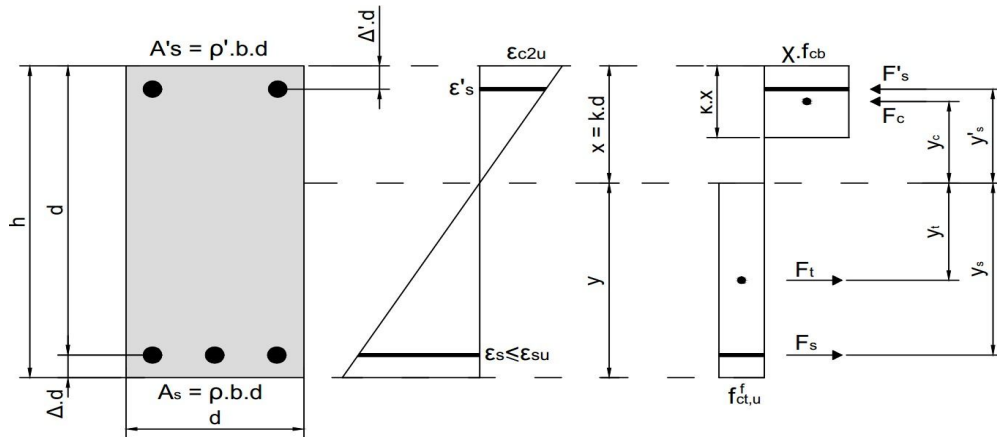


Figura 24 : Modelo de flexão proposto pelo DAfStb (2010).

Nesse modelo, a distribuição das tensões no concreto comprimido segue a consideração simplificada do DIN 1045-1 (2001), como mostra a figura 25. Na figura 24, os valores dos parâmetros χ e κ são dados como segue:



Figura 25 : Distribuição das tensões no concreto comprimido segundo DIN 1045-1 (2001).

$$\chi = \begin{cases} 0,95 & \text{para } f_c \leq 58 \text{ MPa} \\ 1,05 - \frac{f_c - 8}{500} & \text{para } f_c > 58 \text{ MPa} \end{cases}$$

Equação 46

$$\kappa = \begin{cases} 0,8 & \text{para } f_c \leq 58 \text{ MPa} \\ 1,0 - \frac{f_c - 8}{250} & \text{para } f_c > 58 \text{ MPa} \end{cases}$$

Equação 47

Ressalta-se que na figura 25, os valores de f_{cb} e ϵ_{c2u} são dados, respectivamente, pela equação 48 e a tabela 6 (concreto normal). Na equação de f_{cb} , o DIN 1045-1 (2001) recomenda assumir $\alpha = 0,85$ para concreto normal (peso específico).

$$f_{cb} = \alpha \cdot (f_c - 8)$$

Equação 48

Tabela 6: Análise de deformação ϵ_{c2u} segundo o DIN 1045-1 (2001).

f_c (MPa)	12-60	55-67	60-76	70-85	80-95	100-115
ϵ_{c2u}	3,5	3,4	3,3	3,2	3,1	3,0

o cálculo do momento resistente M_R , equação 49, é estabelecido a partir de um procedimento iterativo, onde a distribuição das deformações é compatibilizada e as resultantes de força, oriundas da distribuição das tensões, são equilibradas.

$$M_R = \sum F_i \cdot y_i$$

Equação 49

3 TRABALHOS EXPERIMENTAIS ANALISADOS

3.1 Introdução

Neste capítulo apresentamos cinco trabalhos de pesquisadores que utilizaram as fibras de aço como reforços em vigas de CRFA sobre flexão. Através deles poderemos observar como as fibras de aço influenciaram no comportamento à flexão dessas vigas.

Os trabalhos analisados são:

- OH (1992);
- ASHOUR *et al.* (2000);
- DANCYGIER e SAVIR (2006);
- MONTAIGNAC *et al.* (2011);
- KHALIL e TAYFUR (2013).

As vigas ensaiadas pelos autores cobrem uma grade gama de características presente nas vigas de CRFA. Com resistências à compressão (f_c) variando de 40 a 149 MPa, taxas de fibra (V_f) indo de 0 a 2%, alturas úteis (d) de 120 a 600 mm e taxas de armaduras longitudinais (ρ) de 0 a 3,41%.

3.2 Vigas Reforçadas com Fibra de Aço

3.2.1 OH (1992)

OH (1992) avalia o comportamento mecânico de vigas de CRFA com a presença da armadura longitudinal de combate à flexão. Seu programa experimental baseia-se em 9 vigas divididas em três grupos com três vigas em cada. Dois grupos armados somente com a armadura longitudinal principal e outro com armadura dupla. Entre os grupos a taxa volumétrica de fibra (V_f) é usada como variável única, assumindo valores de 0%, 1% e 2%. Dentro dos grupos a variável é taxa de armadura longitudinal (ρ), assumindo-se valores de 1,51%, 2,36 e 3,41%. As fibras de aço utilizadas eram lisas e possuíam tamanho de 40 mm (l_f) por 0,70 mm de diâmetro (d_f), com um fator de forma (l_f/d_f) de 57.

Tabela 7 : Vigas ensaiadas por OH (1992)

Vigas	b (mm)	H (mm)	d (mm)	f_c (MPa)	V_f (%)	Tipo de Fibra	l_f (mm)	d_f (mm)	l_f/d_f	ρ (%)	ρ' (%)	M_{exp} (kN.m)
S1V0	120	180	140	40	0,00	-	-	-	-	1,51	-	12,2
S1V1				43	1,00	Lisa	40	0,70	57		-	15,2
S1V2				48	2,00						-	18,0
S2V0				40	0,00	-	-	-	-	2,36	-	20,6
S2V1				43	1,00	Lisa	40	0,70	57		-	22,6
S2V2				48	2,00						-	23,4
D2V0				40	0,00	-	-	-	-	3,41	-	26,8
D2V1				43	1,00	Lisa	40	0,70	57		0,85	28,4
D2V2				48	2,00							31,0

Neste estudo é observado que a resistência última de vigas de CRFA aumenta juntamente com a porcentagem de fibra existente. A ductilidade e a capacidade de absorção de energia da estrutura são consideravelmente melhoradas com a adição de fibras de aço. Observou-se também que o efeito das fibras de aço é mais evidente em vigas levemente armadas.

OH (1992) observa que a espessura e espaçamento das fissuras são drasticamente diminuídos com o aumento nas taxas de fibra de aço (figuras 26,27 e 28). O autor também atesta que as vigas de CRFA apresentam consideravelmente menos fissuras se comparado com vigas sem fibras.

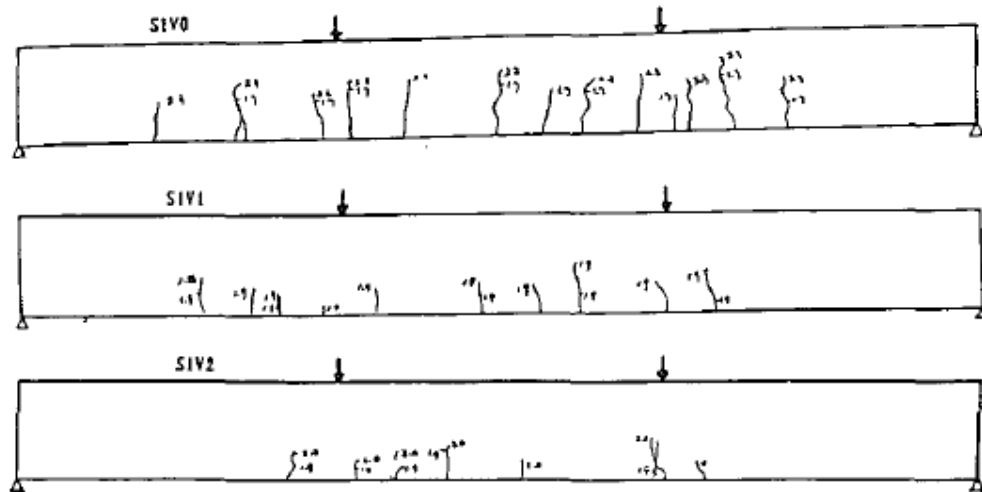


Figura 26: Vigas Série S1

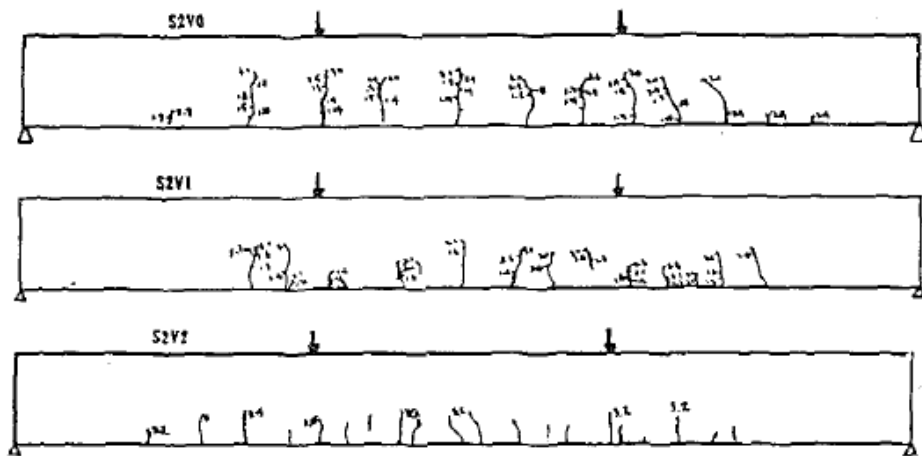


Figura 27: Vigas Série S2

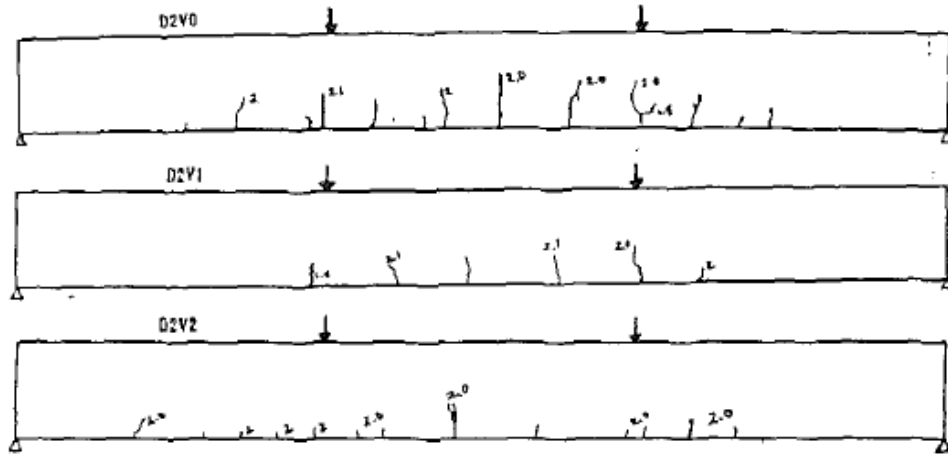


Figura 28: Vigas Série D2

3.2.2 ASHOUR *et al.* (2000)

ASHOUR *et al.* (2000) avaliou a influência das fibras de aço, taxa de armadura longitudinal (ρ) e resistência do concreto (f_c) no comportamento à flexão de vigas de CRFA. Para tanto, os autores analisaram 27 vigas de concreto armado e de CRFA, tendo como variáveis justamente a: taxa de fibra ($0 < V_f < 1\%$), taxa de armadura longitudinal (1,18%, 1,77% e 2,37%) e a resistência à compressão do concreto (49 MPa $< f_c < 102$ MPa).

A fibra utilizada no estudo foi do tipo *hooked end* com comprimento de 60 mm (l_f) por 0,80 mm (d_f) de diâmetro. A tabela 8 apresenta um resumo das vigas ensaiadas pelos pesquisadores.

Tabela 8 : Vigas ensaiadas por ASHOUR et al. (2000)

Vigas	b (mm)	H (mm)	D (mm)	f_c (MPa)	V_f (%)	Tipo de Fibra	L_f (mm)	d_f (mm)	l_f/d_f	ρ (%)	M_{exp} (kN.m)
B-0.0-N2	200	250	215	49	0,00	-	-	-	-	1,18	58,2
B-0.5-N2				56	0,50	Hooked End	60	0,80	75		60,2
B-1.0-N2				65	1,00						64,5
B-0.0-N3				49	0,00	-	-	-	-	1,78	77,1
B-0.5-N3				56	0,50	Hooked end	60	0,80	75		83,8
B-1.0-N3				65	1,00						87,7
B-0.0-N4				49	0,00	-	-	-	-	2,37	98,4
B-0.5-N4				56	0,50	Hooked End	60	0,80	75		103,1
B-1.0-N4				65	1,00						105,8
B-0.0-M2				79	0,00	-	-	-	-	1,18	55,3
B-0.5-M2				82	0,50	Hooked End	60	0,80	75		63,3
B-1.0-M2				87	1,00						69,9
B-0.0-M3				79	0,00	-	-	-	-	1,78	80,9
B-0.5-M3				82	0,50	Hooked end	60	0,80	75		89,6
B-1.0-M3				87	1,00						92,1
B-0.0-M4				79	0,00	-	-	-	-	2,37	103,8
B-0.5-M4				82	0,50	Hooked end	60	0,80	75		113,6
B-1.0-M4				87	1,00						115,7
B-0.0-H2				102	0,00	-	-	-	-	1,18	55,9
B-0.5-H2				107	0,50	Hooked End	60	0,80	75		62,6
B-1.0-H2				111	1,00						69,3
B-0.0-H3				102	0,00	-	-	-	-	1,78	82,8
B-0.5-H3				107	0,50	Hooked end	60	0,80	75		89,8
B-1.0-H3				111	1,00						95,6
B-0.0-H4	102	0,00	-	-	-	-	2,37	108,1			
B-0.5-H4	107	0,50	Hooked end	60	0,80	75	2,37	115,0			
B-1.0-H4	111	1,00						120,6			

ASHOUR *et al.* (2000) concluíram que a presença de fibra de aço aumenta sensivelmente a tenacidade e a ductilidade pós-fissuração das vigas. Aumento que é diretamente proporcional a taxa de fibra utilizada. Quanto maior a quantidade de fibras também ocorre aumento no momento de inércia de fissuração, momento que gera o escoamento da armadura longitudinal e no momento resistente da seção. Tais melhoramentos devido à colocação de fibra de aço, entretanto, independem da resistência à compressão no concreto (f_c).

Observou-se a melhora no comportamento à flexão gerada pela fibra diminuiu com o aumento da armadura longitudinal. Assim, ocorre uma maior participação proporcional das fibras na resistência/comportamento quando as vigas apresentam baixas taxas de armadura longitudinal (ρ).

3.2.3 DANCYGIER e SAVIR (2006)

DANCYGIER e SAVIR (2006) avaliaram a influência da fibra de aço em vigas com concreto de alta resistência ($f_c > 115$ MPa) com taxas mínimas de armadura longitudinal. Taxas mínimas estas que se equivalem às utilizadas em vigas de concreto armado tradicional.

Os autores basearam seu programa experimental em vigas com dimensões de (200 x 300 x 3900) mm³. Usaram como variáveis: a resistência do concreto (f_c), a presença da fibra e suas dimensões, a taxa de armadura longitudinal (ρ) e o vão de cisalhamento (a). A taxa volumétrica das fibras (V_f) foi constante e igual a 0,75%. Todas as fibras de aço utilizadas foram *hooked end*. As especificações das fibras avaliadas foram: RC-65/35-BN e RC65/60-BN (Tabela 9).

Tabela 9: Vigas ensaiadas por DANCYGIER E SAVIR (2006)

Vigas	b (mm)	h (mm)	d (mm)	f_c (MPa)	V_f (%)	Tipo de Fibra	l_f (mm)	d_f (mm)	l_f/d_f	ρ (%)	ρ' (%)	M_{exp} (kN.m)
N2-F2-0_1	200	300	273	45	0,00	-	-	-	-	0,18	0,18	18,2
N2-F2-0_2				45		-	-	-	-			16,7
H4-F2-0_1				121		-	-	-	-	0,28	0,18	38,7
H4-F2-0_2				115		-	-	-	35,9			
H5-F2-1_35				129	0,75	Hooked end	35	0,55	64	0,28	0,18	35,6
H5-F2-1_60				124			60	0,90	67			41,0
H8-F2-1_35				124			35	0,55	64	0,56	0,18	58,3
H8-F2-1_60				122			60	0,90	67			55,8
H4-F2-0_4				118	0,00	-	-	-	-	0,28	0,18	28,9
H5-F2-1_35_3				122	0,75	Hooked end	35	0,55	64	0,28	0,18	35,1
H5-F2-1_35_4				122								33,8

Apesar de apresentar um discreto acréscimo de resistência, DANCYGIER E SAVIR (2006) concluíram que as vigas com concreto de alta resistência com as taxas mínimas de armadura longitudinal demonstraram uma redução no deslocamento vertical e na ductilidade se comparado com vigas sem fibra. Entretanto, observa-se que com o aumento da taxa de armadura longitudinal (ρ) ocorre o aumento da ductilidade estrutural.

Assim, os autores sugerem um aumento na taxa de armadura longitudinal mínima para membros de concreto de alto desempenho com fibras de aço. Tendo em vista que o acréscimo de fibras nesse tipo de material, apesar de gerar um leve acréscimo na resistência, gera certa perda de ductilidade se comparado com peças semelhantes sem a inclusão de fibras.

3.2.4 MONTAIGNAC *et al.* (2011)

MONTAIGNAC *et al.* (2011) apresenta um programa experimental para validar um modelo à flexão proposto pelo mesmo. Seu programa experimental é composto por um total de 21 vigas, dentre elas 19 vigas retangulares e 2 vigas-T.

As vigas apresentam como variáveis: dimensões da seção transversal, fator de forma, taxa de fibra (V_f) e presença ou não armadura longitudinal. Os vão das vigas ensaiadas é igual a 8 vezes a altura das peças (h), o vão de cisalhamento (a) é igual a duas vezes a altura da peça (h).

São utilizadas 3 taxas volumétricas de fibra de aço: 0,75%, 1,0% e 1,25%. Dois tamanhos de fibra: o RC 80/60 (60 mm de comprimento por 0,75 mm de diâmetro), e o RC 65/35 (35 mm de comprimento por 0,55 de diâmetro), ambas do tipo *hooked end*. As taxas de armadura longitudinais (ρ), quando a peça apresenta armadura, variam de 0,15% a 0,42%. A Tabela 10 apresenta um resumo das 21 vigas ensaiadas.

Tabela 10 : Vigas ensaiadas por MONTAIGNAC *et al.* (2011)

Vigas	b (mm)	h (mm)	d (mm)	f_c (MPa)	V_f (%)	Tipo de Fibra	l_f (mm)	d_f (mm)	l/d_f	ρ (%)	M_{exp} (kN.m)	
R300F/F35-1.0	400	300	-	47	1,00	<i>Hooked end</i>	35	0,55	64	0,00	24,9	
R600R/HSC	500	600	540	52	0,00	-	-	-	-	0,37	247,8	
R600F/F60-0.75			-	58	0,75	1,00	60	0,75	80	0,00	139,7	
R600F/F60-1.0			-	63	1,00		60	0,75	80		142,3	
R600F/F35-1.0			-	47	1,00		35	0,55	64		153,9	
R600F/F35-1.25			-	56	1,25	<i>Hooked end</i>	35	0,55	64		163,6	
R150RF/F60-1.0			400	150	120	63	1,00	<i>Hooked end</i>	60		0,75	80
R150RF/F35-1.0	47	35				0,55			64		18,3	
R300RF/F60-1.0	300	250		63	0,40	60			0,75	80	73,2	
R300RF/F35-1.0				47		35			0,55	64	65,7	
R600RF/F60-0.75	500	600	540	58	0,75	60	0,75		80	0,37	332,8	
R600RF/F60-1.0				63	1,00	60	0,75		80		334,6	
R600RF/F35-1.0				47	1,00	35	0,55		64		333,0	
R600RF/F35-1.25				56	1,25	35	0,55		64		351,5	
T500RF/F35-1.0T P				400	500	470	47	1,00				

Vigas	b (mm)	h (mm)	D (mm)	f_c (MPa)	V_f (%)	Tipo de Fibra	l_f (mm)	d_f (mm)	l_f/d_f	ρ (%)	M_{exp} (kN.m)
T500RF/F35-1.0T N	400	500	470	47	1,00	<i>Hooked end</i>	35	0,55	64	0,15	251,4
R150R/HSC		150	120	52	0,00	-	-	-	-	0,42	69,7
R150F/F60-1.0			-	63	1,00	<i>Hooked end</i>	60	0,75	80	0,00	11,7
R150F/F35-1.0		-	47	35			0,55	64	10,0		
R300R/HSC		300	250	52	0,00	-	-	-	-	0,40	103,9
R150R/HSC		150	120			-	-	-	-	0,42	69,7

As vigas ensaiadas não foram levadas até sua ruptura. Assim que os autores observaram o desgaste das peças, caracterizados pela perda de carga e aumento considerável de sua curvatura, o ensaio foi dado como concluído. Os autores concluem que altas taxas de fibras (0,75%-1,15%) melhoram significativamente o comportamento estrutural das vigas, limitando consideravelmente a abertura de fissuras em serviço e gerando um comportamento dúctil durante sua falha.

MONTAIGNAC *et al.* (2011) também destaca que as discrepâncias entre os resultados experimentais e analíticos são geralmente devidas: a propriedade do material em sua dispersão e suas dissimilaridades na orientação das fibras em vigas de CRFA se comparada com as peças ensaiadas para sua caracterização.

3.2.5 KHALIL e TAYFUR (2013)

KHALIEL e TAYFUR (2013) nos seus estudos buscaram analisar a influência da fibra de aço no comportamento à flexão de vigas com concreto de altíssima resistência, atingindo resistência a compressão de até 149 MPa. Os autores também avaliaram a influência do tipo de fibra de aço no comportamento estrutural de vigas de CFRA. Para tanto, foi utilizado dois tipos de fibra: a *hooked end* e *crimped*. Outro ponto analisado pelos autores foi à colocação parcial ou completa de fibras nas seções transversais das vigas.

O programa experimental proposto possui 11 vigas, todas com (150 x 150 x 1950 mm³). As taxas de armaduras utilizadas foram: 0,5%; 0,75%; e 1%. Todas as vigas apresentaram como armadura longitudinal duas barras de 12,0 mm de diâmetro ($\rho=0,72\%$). A tabela 11 apresenta as vigas analisadas.

Tabela 11 : Vigas ensaiadas por KHALIEL e TAYFUR (2013)

Vigas	f_c (MPa)	V_f (%)	Tipo de Fibra	Profundidade de inclusão de fibra	l_f (mm)	d_f (mm)	l_f/d_f	ρ (%)	M_{exp} (kN.m)					
D250V0	137	-	-	-	-	-	-	0,72	23,7					
D250V0.5H	140	0,50	<i>Hooked end</i>	Seção completa	30	0,60	50	0,72	25,2					
D250V0.5C	144		<i>Crimped</i>						24,6					
D250V0.75H	141	0,75	<i>Hooked end</i>						27,6					
D250V0.75C	143		<i>Crimped</i>						25,8					
D250V1H	146	1,00	<i>Hooked end</i>						29,1					
D250V1C	149		<i>Crimped</i>						30,0					
D250V0.5H	138	0,50	<i>Hooked end</i>						Metade da seção	30	0,60	50	0,72	24,3
D250V0.5C	142		<i>Crimped</i>											24,6
D250V0.75H	140	0,75	<i>Hooked end</i>	26,7										
D250V0.75C	144		<i>Crimped</i>	28,8										

Através dos ensaios os autores concluíram que o tipo de fibra não altera significativamente o comportamento à flexão das vigas. Observou-se, entretanto, o aumento considerável do momento resistente com a inclusão das fibras. Os maiores acréscimos de resistência ficaram em torno de 27% e 23% para vigas com taxas volumétricas de 1%, a maior taxa adotada pelo trabalho. Nas vigas que apresentavam a inclusão de fibras em apenas uma parte de sua seção transversal ocorreu um leve decréscimo nas suas resistências últimas se comprado com as vigas com imersão completa de fibras. Ocorreu uma considerável melhora na resiliência das vigas de CRFA, chegando à ordem de 36% e 35% para vigas com taxas de 0,75% e 1,0% com fibras do tipo *hooked end*.

4 ANÁLISE DO MODELO COMPUTACIONAL

4.1 O software *SAP 2000* e a modelagem das vigas

O *SAP2000* é um programa de cálculo de estruturas da CSI Computers and Structures, inc., fundada por Ashraf Habibullah em 1975. O programa nasceu com o trabalho de pesquisa de Edward L. Wilson na Universidade da Califórnia, Berkeley. Existem várias variantes deste software com nomes diferentes, tal como ETABS, ou SAFE, que são específicos para determinados tipos de estruturas ou problemas.

O *SAP2000* é um programa de elementos finitos, com interface gráfica 3D orientado a objetos, preparado para realizar, de forma totalmente integrada, a modelação, análise e dimensionamento do mais vasto conjunto de problemas de engenharia de estruturas.

Conhecido pela flexibilidade quanto ao tipo de estruturas que permite analisar, pelo poder de cálculo e fiabilidade de resultados, o *SAP2000* é a ferramenta de trabalho diária para inúmeros engenheiros. A versatilidade em modelar estruturas, permite a sua utilização no dimensionamento de pontes, edifícios, estádios, barragens, estruturas industriais, estruturas marítimas e qualquer outro tipo de infraestruturas que necessitem de ser analisadas e dimensionadas.

Apesar do software, não ter originalmente as normas para o concreto reforçado com fibras de aço (CRFA) implementada, ele dispõe de ferramentas que potencializam essa análise, levando em consideração a não linearidade dos materiais e os modelos constitutivos utilizados pelas normas, simulando a viga de (CRFA) juntamente com a sua armadura longitudinal e analisar os gráficos de momento curvatura e verificar se os valores obtidos estão de acordo com os resultados experimentais apresentados.

A relação Momento x curvatura, é fundamental para análise da ductilidade dos elementos estruturais solicitados à flexão, basicamente são quatro os estágios da relação momento x curvatura relativos ao comportamento de uma viga de concreto armado, desde a fase não fissurada até a fase de ruptura, no primeiro estágio(Seção não-fissurada) a seção não apresenta fissuras, a armadura do aço não contribui para a resistência da seção, no segundo estágio (Formação de fissuras) as primeiras fissuras começam a surgir, aumentam e alcançam a zona de compressão da seção as fissuras subsequentes possuem comprimentos menores (devido a influência das

primeiras fissuras), pois a seção transversal não é plenamente tracionada, portanto novas fissuras poderão surgir junto à armadura de flexão, no terceiro estágio ocorre uma estabilização das fissuras e estas tem a sua abertura aumentada e finalmente no quarto estágio, após o crescimento paulatino das fissuras, tem-se o escoamento da armadura de flexão, a curvatura aumenta acentuadamente enquanto o aumento do momento fletor é praticamente constante, os acréscimos finais da curvatura ocorrem em virtude do pequeno aumento do braço de alavanca interna, e o concreto na zona de compressão atinge a ruptura.

Para a aplicação do programa, deve-se inicialmente configurar os materiais, aço e CRFA, para que se comportem, segundo os diagramas tensão e deformação sugeridos pela NBR 6118 (ABNT,2014) e RILEM TC 162-TDF (2002), para compressão e tração, respectivamente. A ferramenta section designer permite a criação de seção composta de aço e concreto e proceder à uma análise avançada de estudo não linear através do diagrama momento curvatura e das deformações dos materiais, encurtamento do concreto e alongamento do aço, a profundidade da linha neutra e a distribuição das tensões.

4.2 Análise das seções transversais de vigas de CRFA sobre flexão

Base de Dados

A base de dados (BD) utilizada nesta pesquisa é composta por 42 vigas de CRFA que falharam à flexão apresentadas na Tabela 12. Para formá-la foram utilizadas vigas ensaiadas em 6 trabalhos encontrados ao longo da literatura técnica. Todas as vigas que compõem esta base de dados apresentavam fibras de aço. Todas as fibras são do tipo hooked end end. As vigas de CRFA presentes na base de dados apresentam propriedades que variavam entre: $f_c \in [22;111]$ MPa, $d \in [99;540]$ mm, $V_f \leq 2,00\%$, $\rho \leq 2,37\%$ e o fator de forma da fibra, $\frac{l_f}{d_f} \leq 100$.

Tabela 12: Banco de dados (BD)

Autor	Vigas	B (mm)	H (mm)	d (mm)	f_c (MPa)	V_f (%)	Tipo de fibra	l/d_f	ρ (%)	M_{exp} (KN.m)
OH 1992	S1V1	120	180	140	43	1	Lisa	57	1,51	15,2
	S1V2				48	2				18,0
	S2V1				43	1			2,36	22,6
	S2V2				48	2				23,4
	D2V1				43	1			3,41	28,4
	D2V2				48	2				31,0
MANSUR <i>et al.</i> (1986)	B4	150,0	225	197,0	25	0,50	Hooked end	60	1,36	32,9
	D1					36,6				
	D2					35,9				
	D3					35,8				
	D4					38,1				
TAN <i>et al.</i> (1994)	BF	100	125	99	41	0,50		60	1,59	6,9
	CF				42	1,00				7,2
	DF				42	1,50				7,2
	EF				41	2,00				7,5

Tabela 12: Banco de dados (BD) (Continuação)

Autor	Vigas	B (mm)	H (mm)	d (mm)	f_c (MPa)	V_f (%)	Tipo de fibra	l/d_f	ρ (%)	M_{exp} (KN.m)						
ASHOUR <i>et al.</i> (2000)	B-0.5-N2	200	250	215	56	0,50	Hooked end	75	1,18	60,2						
	B-1.0-N2				65	1,00				64,5						
	B-0.5-N3				56	0,50			1,78	83,8						
	B-1.0-N3				65	1,00				87,7						
	B-0.5-N4				56	0,50			2,37	103,1						
	B-1.0-N4				65	1,00				105,8						
	B-0.5-M2				82	0,50			1,18	63,3						
	B-1.0-M2				87	1,00				69,9						
	B-0.5-M3				82	0,50			1,78	89,6						
	B-1.0-M3				87	1,00				92,1						
	B-0.5-M4				82	0,50			2,37	113,6						
	B-1.0-M4				87	1,00				115,7						
	SAHOO e SHARMA (2014)				M20F-1.0	150			300	261	22	1,00		80	0,87	57,6
					M20-F1.5						22	1,50			0,87	56,6
M20F-0.5		29	0,50	1,16	85,8											
M20-F1.0		28	1,00	1,16	88,4											
M20F-1.5		27	1,50	1,16	85,9											

Tabela 12: Banco de dados (BD) (continuação)

Autor	Vigas	b (mm)	H (mm)	d (mm)	f_c (MPa)	V_f (%)	Tipo de fibra	$\frac{l_f}{d_f}$	ρ (%)	Mexp (KN.m)
BELLO (2014)	1 ϕ 10	180	250	235	35	1,00	Hooked end	55	0,19	13,1
	1 ϕ 12				41				0,27	14,9
	1 ϕ 14				31				0,36	19,3
	1 ϕ 16				42				0,48	24,4
	2 ϕ 14				30				0,73	32,9
	2 ϕ 16				44				0,95	43,2
	3 ϕ 16				32				1,43	57,7
	3 ϕ 18				25				1,80	68,1
	4 ϕ 16				32				1,90	70,1
	3 ϕ 20				22				2,23	75,7

Os modelos constitutivos adotados para as vigas no comportamento à tração seguem o código RILEM TC 162-TDF (2002). O modelo constitutivo para a compressão adotado neste estudo do CRFA, segue as orientações da NBR 6118 (ABNT,2014) (conforme a Figura 29).

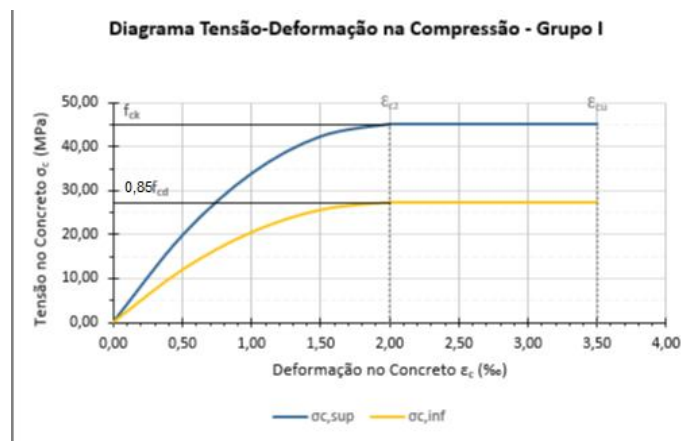


Figura 29 : Diagrama tensão x deformação na compressão NBR 6118 (ABNT, 2014).

A lei constitutiva do CRFA adotada pelo RILEM TC 162-TDF (2002) na flexão é exclusivamente *softening* (Figura 30). Assim, após sua fissuração o documento não considera um ganho de resistência superior à atingida durante a formação da primeira fissura. A relação tensão-deformação para o material segue conforme o gráfico ilustrado pela Figura 30.

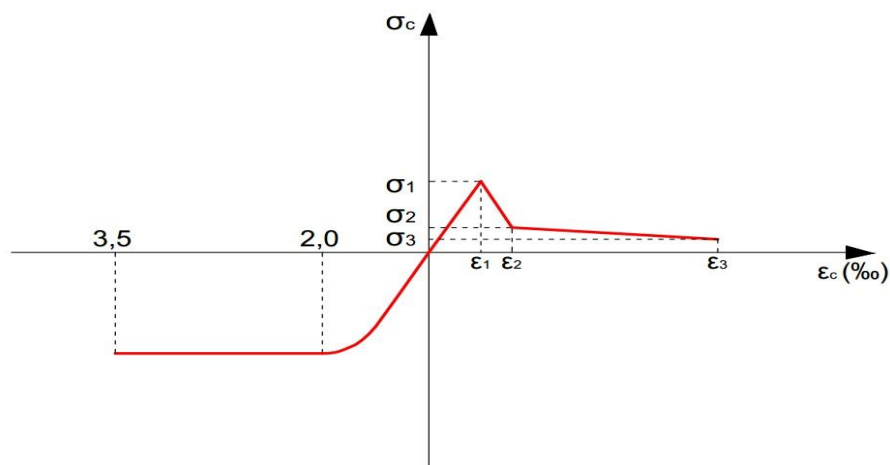


Figura 30 : Relação tensão-deformação no CRFA segundo o RILEM TC 162-TDF (2002)

Os valores para as tensões pré-estabelecidas pelo RILEM TC 162-TDF (2002) seguem as equações de 4.1 a 4.11.

$$f_{cr} = \sigma_1 = 0,7 \cdot f_{ctm,f} \cdot \left(1,6 - \frac{d}{1000}\right) \quad \text{Equação 4.1}$$

$$f_{trn} = \sigma_2 = 0,45 \cdot f_{R,1} \cdot K_h \quad \text{Equação 4.2}$$

$$f_{t,bot} = \sigma_3 = 0,37 \cdot f_{R,4} \cdot K_h \quad \text{Equação 4.3}$$

Onde:

k_h : fator de forma;

$f_{ctm,f}$: resistência média a tração na flexão.

O fator de forma, k_h , corrige distorções na resistência devido às dimensões na peça analisada. E é dado pela Equação 4.4 e pelo gráfico ilustrado na Figura 31.

$$k_h = \begin{cases} 1 & \text{se } 0 \leq h \leq 125 \\ \frac{0,6 \cdot (600 - h)}{475} + 0,4 & \text{se } 125 < h \leq 600 \\ 0,4 & \text{se } h > 600 \end{cases} \quad \text{Equação 4.4}$$

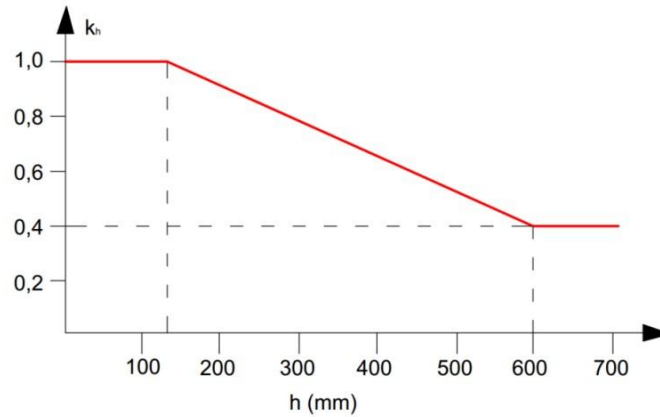


Figura 31: Valores do fator de forma k_h

Os valores da resistência média a tração na flexão ($f_{ctm,f}$), neste trabalho, seguiram as recomendações dadas pelo CEB-FIP (2010) e seguem as equações 4.5 e 4.6.

$$f_{ctm,f} = f_{ctm} \cdot \frac{1 + 0,06 \cdot h^{0,7}}{0,06 \cdot h^{0,7}} \quad \text{Equação 4.5}$$

$$f_{ctm} = \begin{cases} 0,3 \cdot (f_c - 8)^{2/3} & \text{se } f_c \leq 58 \text{ MPa} \\ 2,12 \cdot \ln(1 + 0,1 \cdot f_c) & \text{se } f_c > 58 \text{ MPa} \end{cases} \quad \text{Equação 4.6}$$

Já as deformações relativas às tensões colocadas anteriormente seguem as equações 4.7, 4.8 e 4.9.

$$\varepsilon_{cr} = \varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E_c} = \frac{f_{cr}}{E_c} \quad \text{Equação 4.7}$$

$$\varepsilon_{trn} = \varepsilon_2 = \varepsilon_{cr} + 0,1 [\text{‰}] \quad \text{Equação 4.8}$$

$$\varepsilon_{t,bot} = \varepsilon_3 = 25 \text{ ‰}$$

Equação 4.9

Como f_{R1} e f_{R4} dependem de ensaios experimentais, neste trabalho usaremos as equações de MORAES NETO (2013) que coletou dados experimentais de inúmeros ensaios de caracterização de CRFA padronizados para o dimensionamento segundo o CEB-FIP (2010) e propõem as equações 4.10 e 4.11 para estimar as tensões f_{R1} e f_{R4} , respectivamente. Destaca-se que essas equações consideram um comportamento *softening* do material, ou seja, uma perda de resistência após sua fissuração inicial.

$$f_{R1} = k_1 \cdot \left(V_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \right)^{c1} = 7.5 \cdot \left(V_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \right)^{0.8}$$

Equação 4.10

$$f_{R4} = k_3 \cdot \left(V_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \right)^{c3} = 5.5 \cdot \left(V_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \right)^{0.65}$$

Equação 4.11

O modelo constitutivo adotado para representar a armadura presente nas vigas foi um modelo elasto-plástico perfeito ilustrado pela Figura 32.

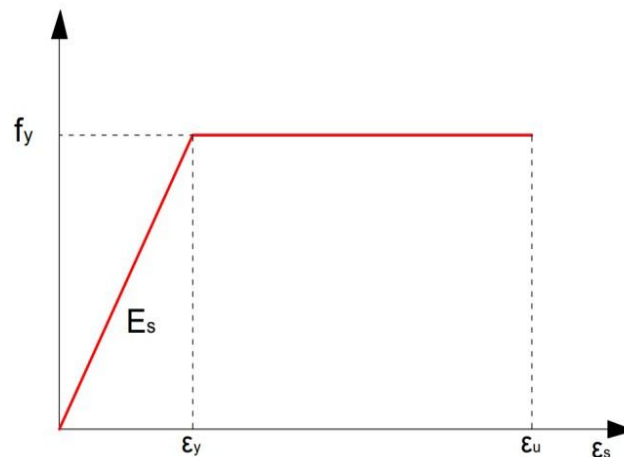


Figura 32 : Modelo constitutivo utilizado para o aço CA 50A sobre tração

4.2.1 VIGAS MANSUR *et al.* (1986)

Para as vigas ensaiadas por Mansur *et al.* (1986) temos f_c de $25MP_a$, volume de fibra 0,5% e 1,0%, fator de forma das fibras de aço 60 e ρ 1,36%. Para as deformações do concreto comprimido temos, de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), os resultados apresentados na Tabela 13.

Tabela 13 : Valores de Tensão e deformação para compressão do concreto $25 MP_a$

$25MP_a$

ε_c (‰)	$\sigma_{c,inf}$ (MP_a)
0,00	0,00
0,50	6,64
1,00	11,23
1,50	14,23
2,00	15,18
2,50	15,18
3,00	15,18
3,50	15,18

Para as deformações do concreto tracionado aplicando-se as fórmulas do RILEM TC 162-TDF (2002), conforme a Tabela 14

Tabela 14 : Valores de Tensão e deformação para a tração do concreto $25 MP_a$

$25MP_a$ e V_f 0,5%

σ_1	σ_2	σ_3	ε_1	ε_2	ε_3
(MP_a)	(MP_a)	(MP_a)	‰	‰	‰
2,680	1,125	0,812	0,091	0,191	25

Inserindo os dados no SAP 2000, temos de acordo com a tabela 15:

Tabela 15: Valores de Tensão e deformação para a tração do concreto 25 MPa e V_f 0,5%

25MP_a e V_f 0,5%

	ε	σ
Compressão	-3,50E-03	-15180
	-3,00E-03	-15180
	-2,50E-03	-15180
	-2,00E-03	-15180
	-1,50E-03	-14129
	-1,00E-03	-11384
	-5,00E-04	-6640
A	0	0
Tração	9,00E-05	2680
	1,90E-04	1125
	0,025	812

Os dados utilizados para o aço CA 50A no SAP 2000, temos de acordo com a Tabela 16:

Tabela 16: Valores de deformação e Tensão para o aço CA 50 A

	ε	σ
	-0,01	-434780
	-2,07E-03	-434780
	0	0
	2,07E-03	434780
	0,01	434780

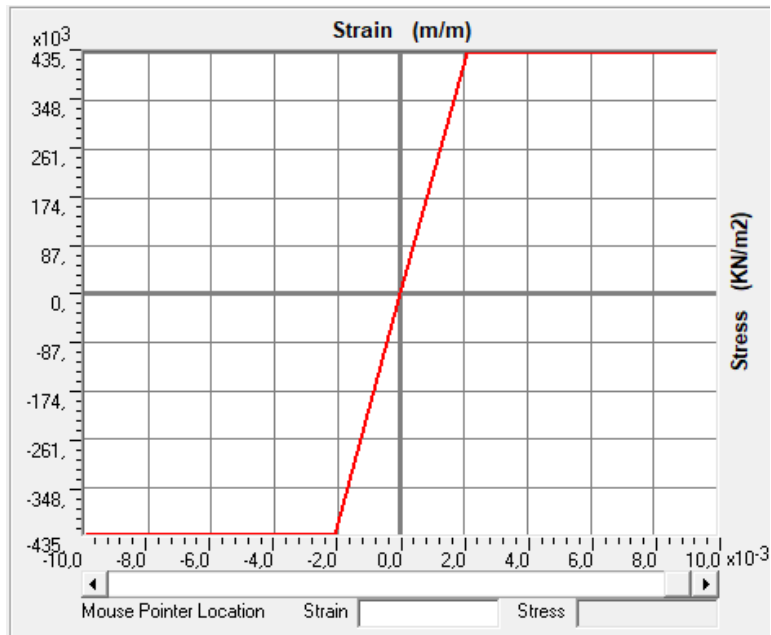


Figura 33: Gráfico Tensão deformação aço CA 50A

Para a definição da seção, no comando *Define, Section Properties e Frame Sections*, de acordo com as figuras 34 a 38.

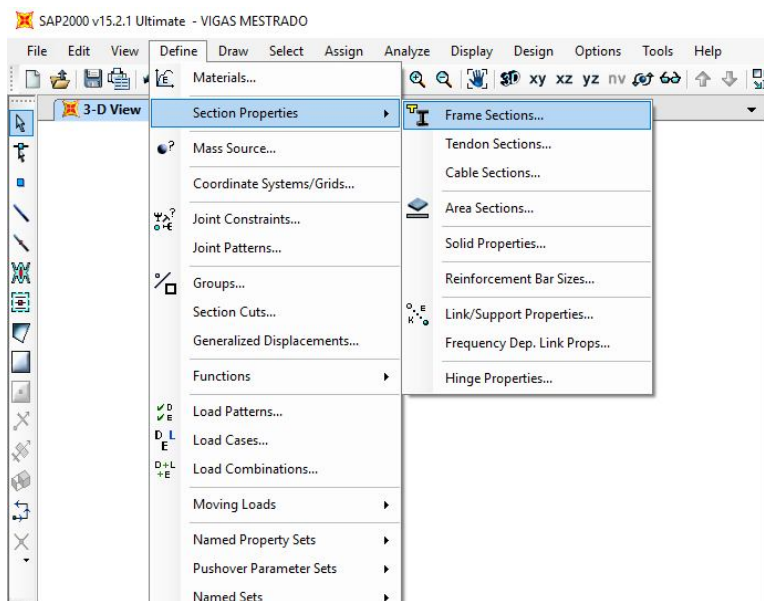


Figura 34: Definição Seção Viga B4 MANSUR et al.

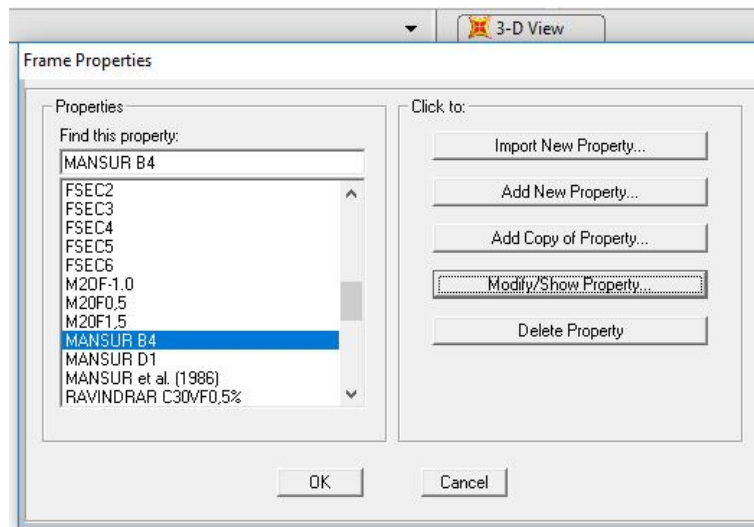


Figura 35: Definição Seção Viga B4_MANSUR

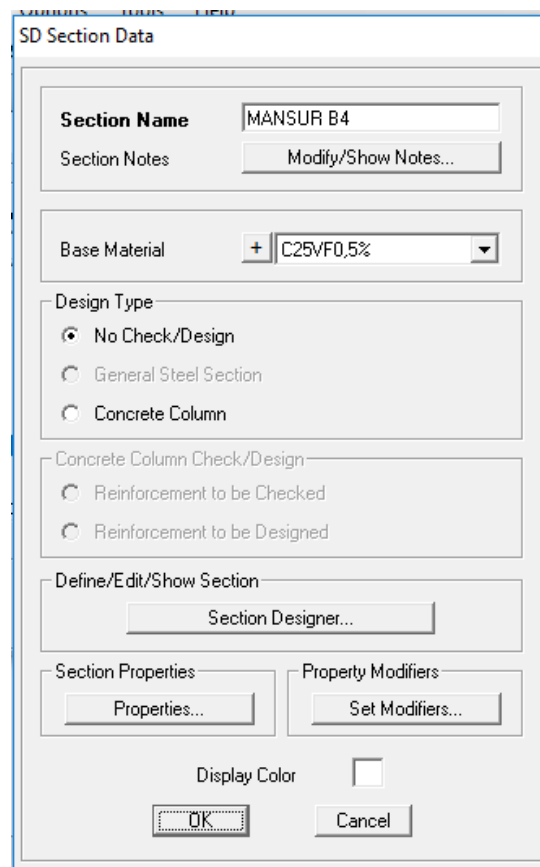


Figura 36: Definição Seção Viga B4_C25VF0,5%

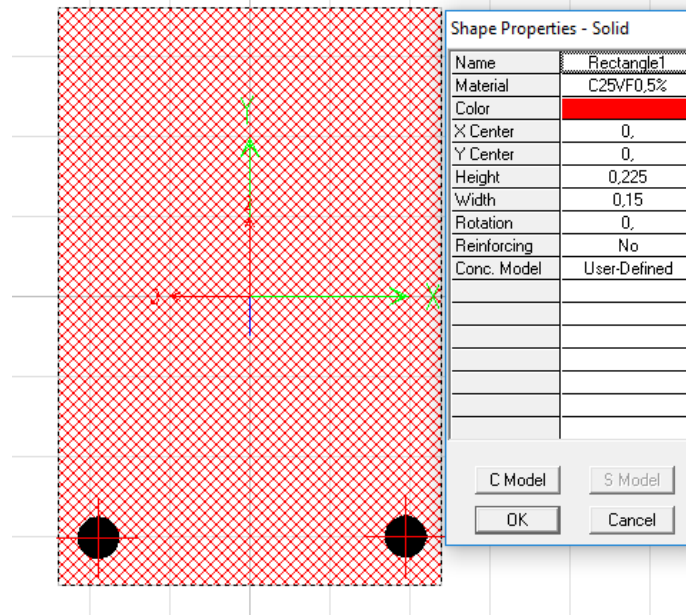


Figura 37: Definição Seção Viga B4_concreto

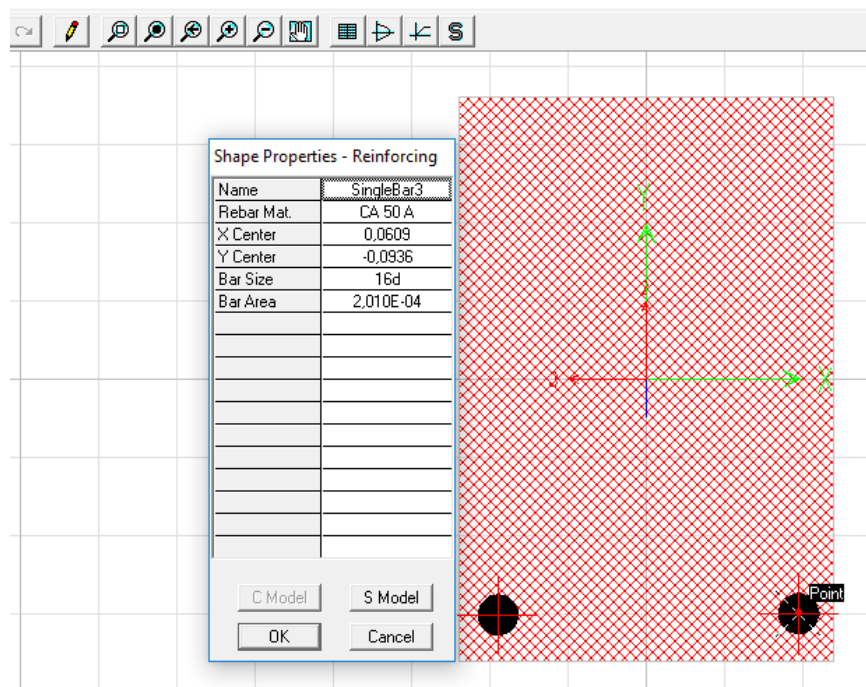


Figura 38: Definição Seção Viga B4_Aço

Processando-se a análise da seção no *software*, podemos gerar o gráfico do momento curvatura, de acordo com a Figura 39.

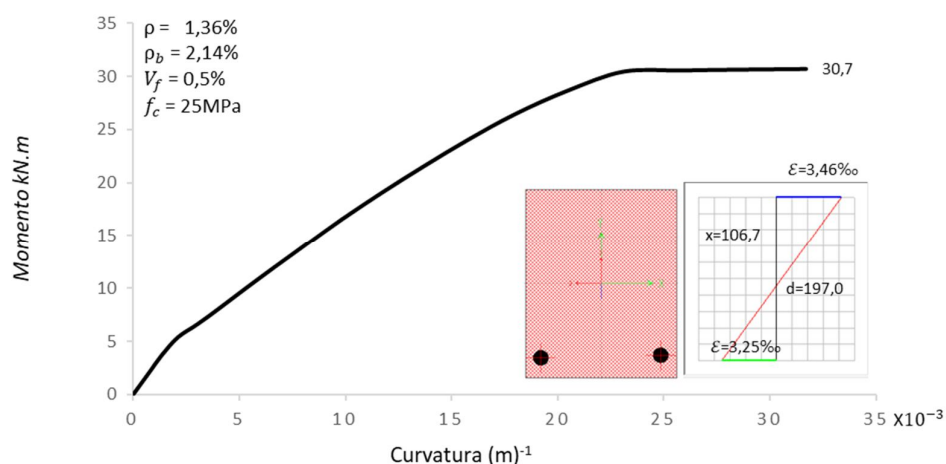


Figura 39: Momento Curvatura da seção B4 MANSUR

Pelo *software* temos um momento máximo de 30,7 *kN.m* enquanto que no experimental alcançamos 32,9 *kN.m*, que representa uma diferença de 7%, o encurtamento máximo do concreto alcançou 3,45 ‰ enquanto que o alongamento do aço alcançou 3,22 ‰, já a linha Neutra subiu 5,8 mm em relação ao centroide da peça, resultando em uma profundidade da linha neutra de 106,7 mm (112,5 mm – 5,8 mm) com isso temos a relação x/d igual a 0,54, ressaltando que a Norma NBR 6118:2014 apresenta os limites que a linha neutra deve obedecer, $x/d \leq 0,45$ para concretos com $f_{ck} \leq 50 \text{MPa}$ e $x/d \leq 0,35$ para concretos com $50 \text{MPa} \leq f_{ck} \leq 90 \text{MPa}$. O mesmo procedimento para modelagem, foi realizado para as demais vigas e encontramos os valores da Tabela 17, as figuras 40 a 70 mostram os gráficos do momento curvatura gerados pelo *software* para as vigas do nosso banco de dados.

Tabela 17 : Seções analisadas no SAP 2000

Autor	Vigas	B (mm)	H (mm)	d (mm)	f_c (MPa)	V_f (%)	Tipo de fibra	l/d_f	P (%)	M_{exp} (kN.m)	MS_{sap} (kN.m)
MANSUR <i>et al.</i> (1986)	B4	150,0	225	197,0	25	0,50	Hooked end	60	1,36	32,9	30,7
	D1					1,00				36,6	31,7
	D2					1,00				35,9	31,7
	D3					1,00				35,8	31,7
	D4					1,00				38,1	31,7
TAN <i>et al.</i> (1994)	BF	100	125	99	41	0,50	Hooked end	60	1,59	6,9	7,1
	CF				42	1,00				7,2	7,4
	DF				42	1,50				7,2	7,7
	EF				41	2,00				7,5	8,0

Tabela 17: Seções analisadas no SAP 2000 (Continuação)

Autor	Vigas	b (mm)	H (mm)	d (mm)	f_c (MPa)	V_f (%)	Tipo de fibra	l/d_f	ρ (%)	M_{exp} (kN.m)	$MSap$ (kN.m)
BELLO (2014)	1 ϕ 10	180	250	235	35	1,00	<i>Hooked end</i>	55	0,19	13,1	13,6
	1 ϕ 12				41				0,27	14,9	16,6
	1 ϕ 14				31				0,36	19,3	19,4
	1 ϕ 16				42				0,48	24,4	23,6
	2 ϕ 14				30				0,73	32,9	30,7
	2 ϕ 16				44				0,95	43,2	38,7
	3 ϕ 16				32				1,43	57,7	48,0
	3 ϕ 18				25				1,80	68,1	52,1
	4 ϕ 16				32				1,90	70,1	58,8
3 ϕ 20	22	2,23	75,7	52,2							
SAHOO e SHARMA (2014)	M20F-1.0	150	300	261	22	1,00		80	0,87	57,6	45,4
	M20-F1.5				22	1,50			56,6	46,9	
	M20F-0.5				29	0,50			85,8	45,9	
	M20-F1.0				28	1,00			88,4	52,6	
	M20F-1.5				27	1,50			85,9	46,9	
OH 1992	S1V1	120	180	140	43	1,00	Lisa	57	1,51	15,2	18,2
	S1V2				48	2,00			18,0	19,8	
	S2V1				43	1,00			22,6	24,0	
	S2V2				48	2,00			23,4	27,5	
	D2V1				43	1,00			28,4	34,2	
	D2V2				48	2,00			31,0	34,8	

Tabela 17: Seções analisadas no SAP 2000 (Continuação)

Autor	Vigas	b (mm)	H (mm)	d (mm)	f_c (MPa)	V_f (%)	Tipo de fibra	l/d_f	ρ (%)	M_{exp} (kN.m)	M_{sap} (kN.m)
ASHOUR <i>et al.</i> (2000)	B-0.5-N2	200	250	215	56	0,50	Hooked end	75	1,18	60,2	60,2
	B-1.0-N2				65	1,00				64,5	64,0
	B-0.5-N3				56	0,50			1,78	83,8	81,9
	B-1.0-N3				65	1,00				87,7	84,1
	B-0.5-N4				56	0,50			2,37	103,1	101,5
	B-1.0-N4				65	1,00				105,8	103,9
	B-0.5-M2				82	0,50			1,18	63,3	61,3
	B-1.0-M2				87	1,00				69,9	64,7
	B-0.5-M3				82	0,50			1,78	89,6	83,7
	B-1.0-M3				87	1,00				92,1	86,9
	B-0.5-M4				82	0,50			2,37	113,6	104,8
	B-1.0-M4				87	1,00				115,7	106,2

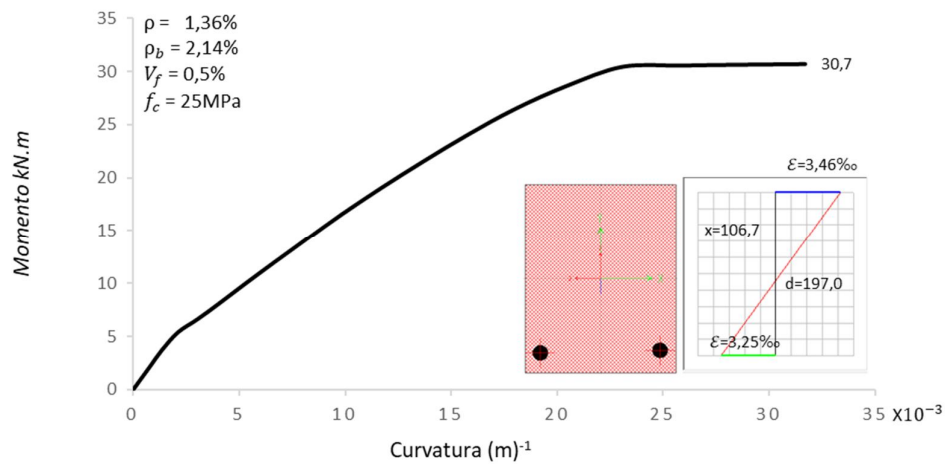


Figura 40: Momento Curvatura da seção Viga B4 (MANSUR *et al.*, 1986)

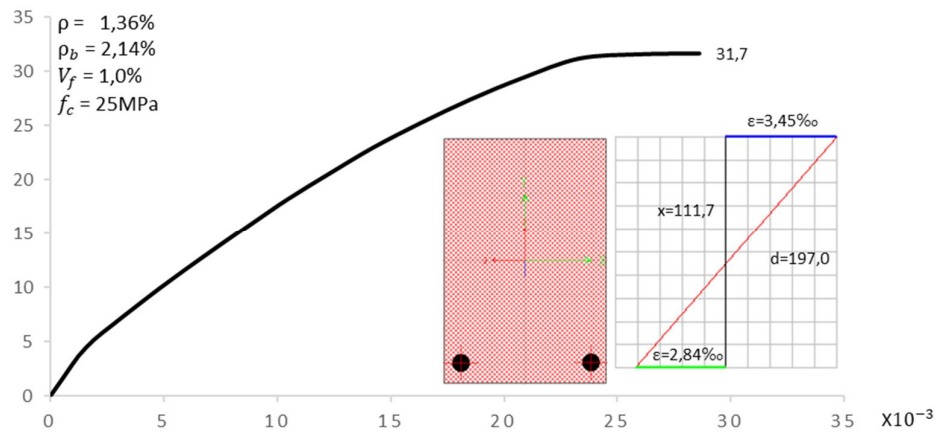


Figura 41: Momento Curvatura da seção Viga D1/D2/D3 e D4 (MANSUR *et al.*, 1986)

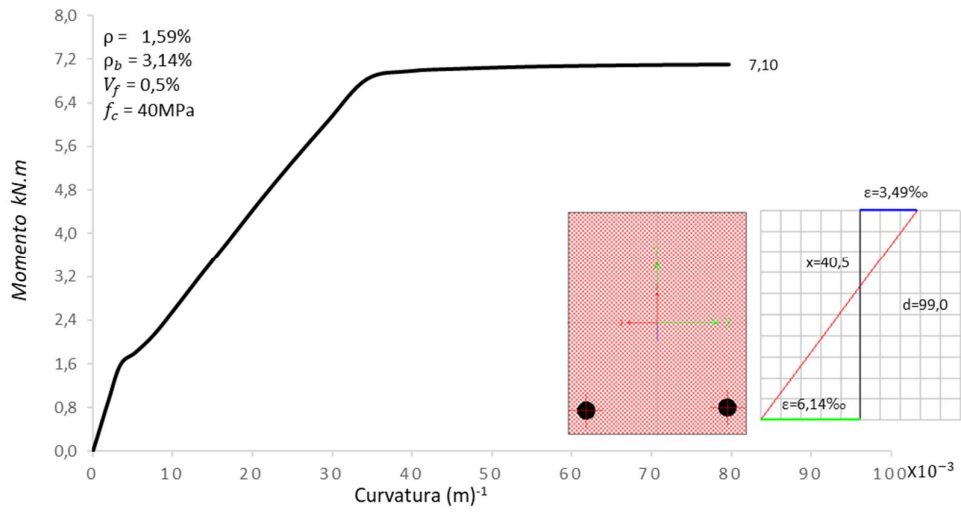


Figura 42: Momento Curvatura da seção Viga BF (TAN *et al.*, 1994)

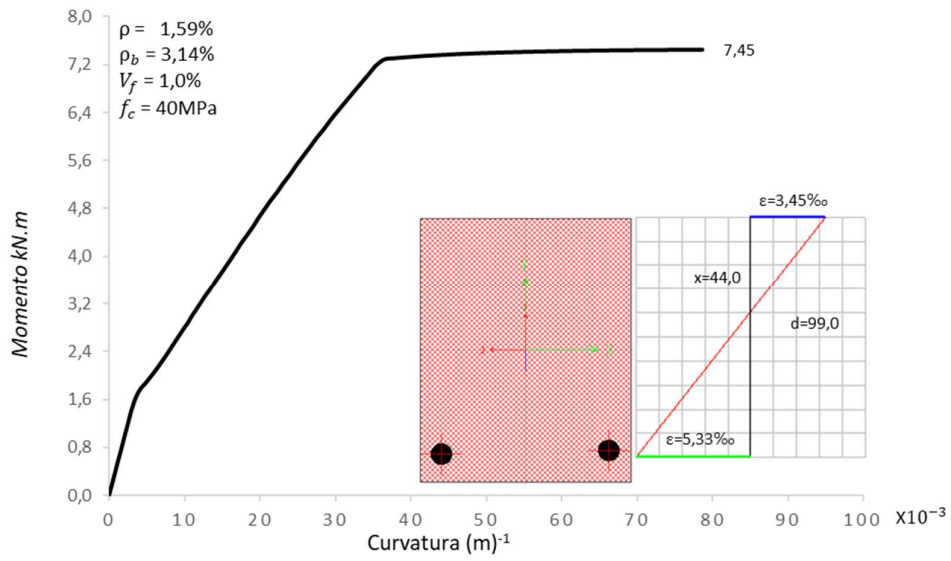


Figura 43: Momento Curvatura da seção Viga CF (TAN *et al* 1994)

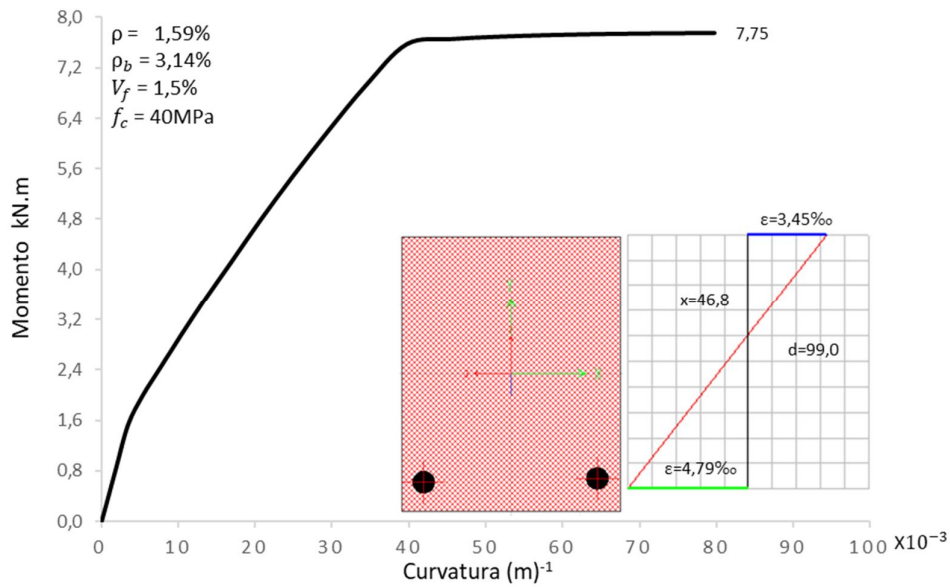


Figura 44: Momento Curvatura da seção Viga DF (TAN *et al.* , 1994)

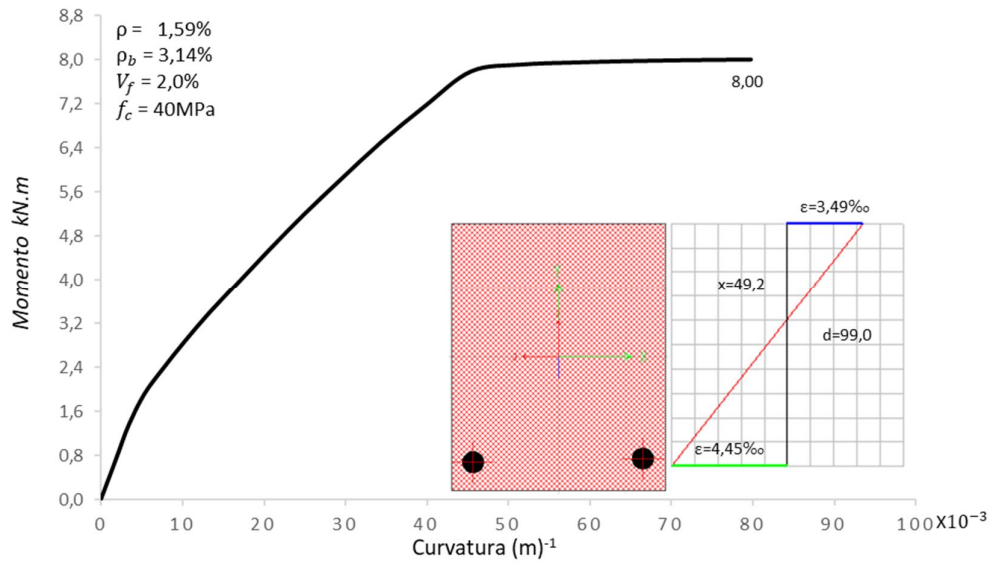


Figura 45: Momento Curvatura da seção Viga EF (TAN *et al.* , 1994)

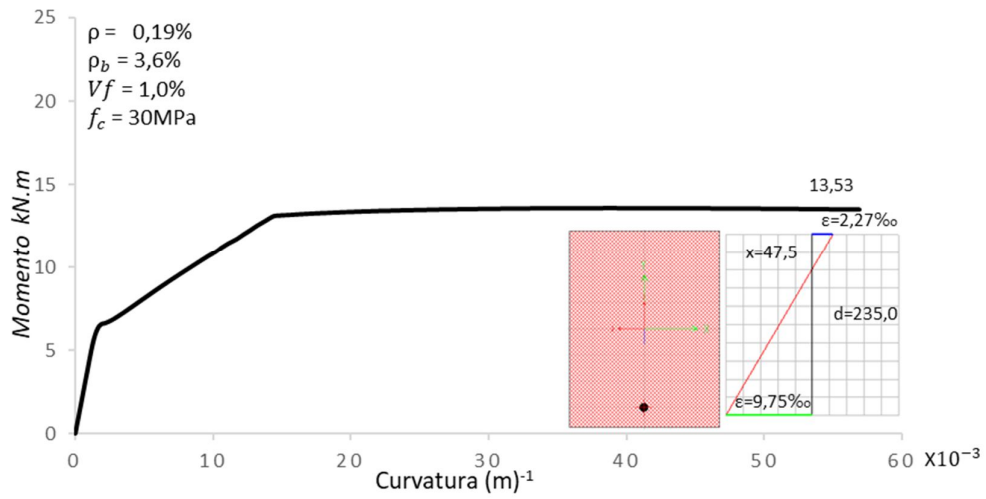


Figura 46: Momento Curvatura da seção viga 1Ø10 (BELLO, 2014)

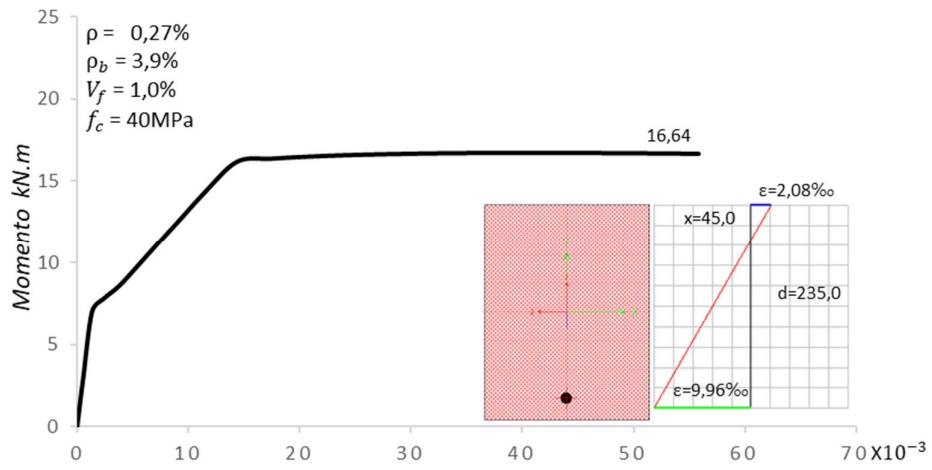


Figura 47: Momento Curvatura da seção viga 1Ø12 (BELLO, 2014)

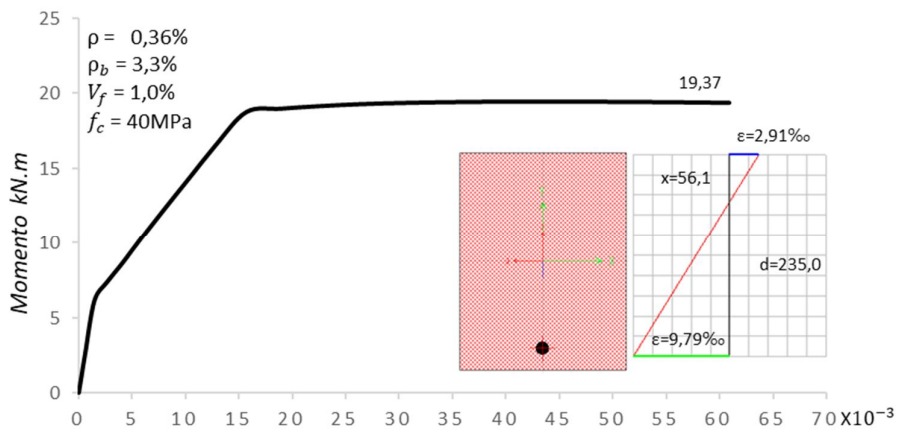


Figura 48: Momento Curvatura da seção viga 1Ø14 (BELLO, 2014)

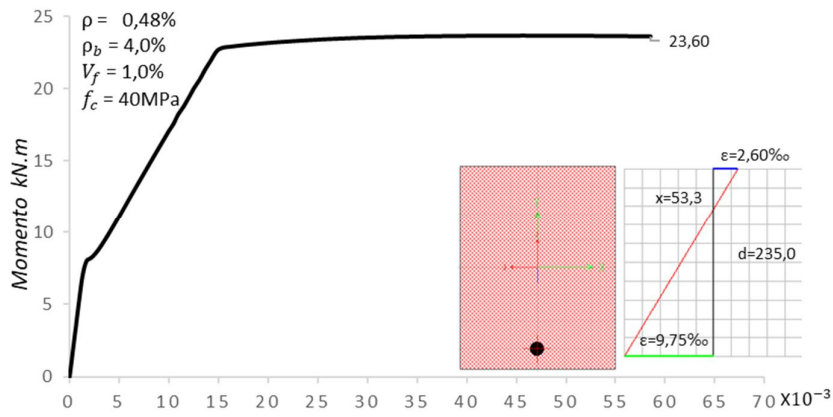


Figura 49: Momento Curvatura da seção viga 1Ø16 (BELLO, 2014)

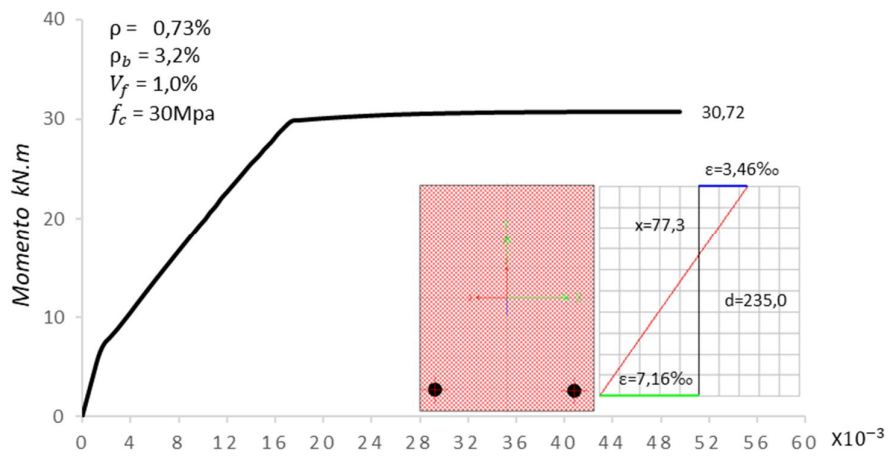


Figura 50: Momento Curvatura da seção viga 2 Ø 14 (BELLO, 2014)

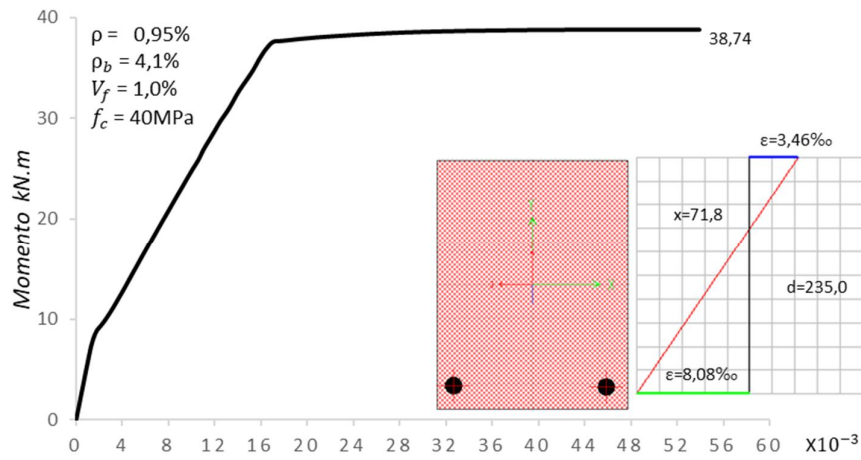


Figura 51: Momento Curvatura da seção viga 2 Ø 16 (BELLO, 2014)

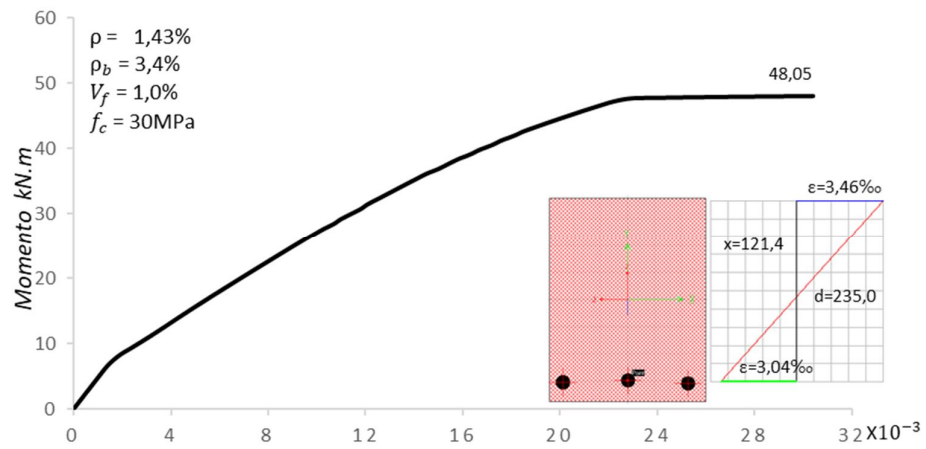


Figura 52: Momento Curvatura da seção viga 3 Ø 16 (BELLO, 2014)

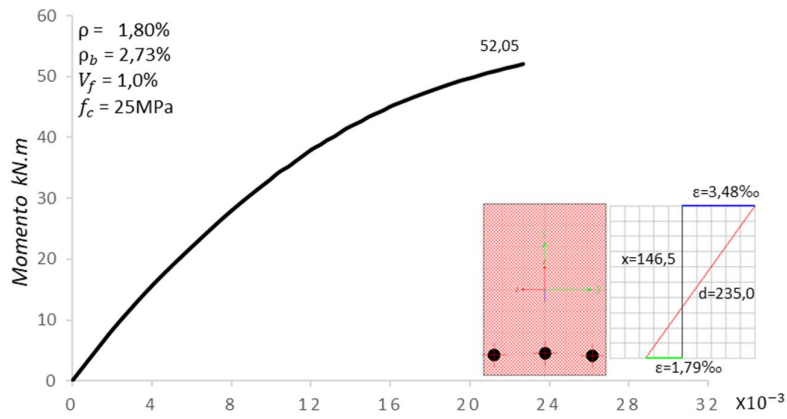


Figura 53: Momento Curvatura da seção viga 3 Ø18 (BELLO, 2014)

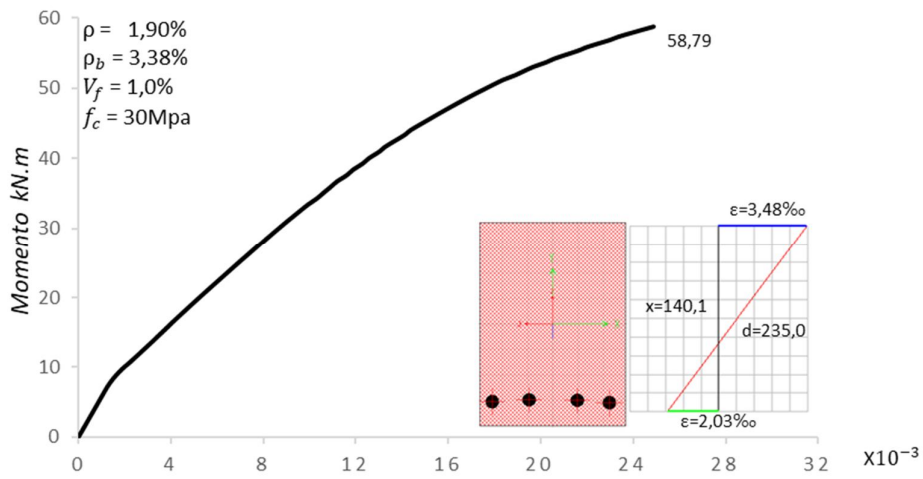


Figura 54: Momento Curvatura da seção viga 4 Ø 16 (BELLO, 2014)

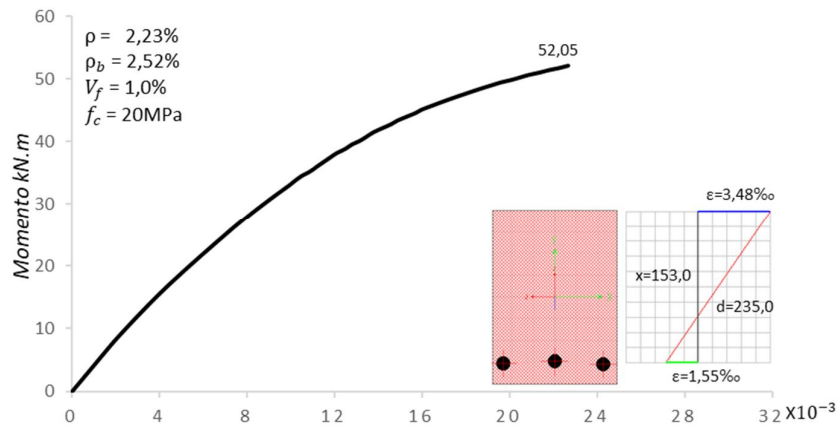


Figura 55: Momento Curvatura da seção viga 3 Ø 20 (BELLO, 2014)

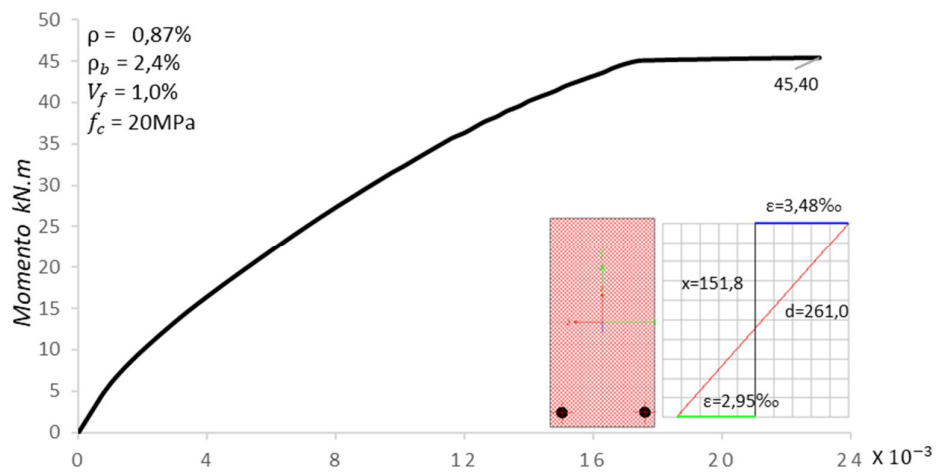


Figura 56: Momento Curvatura da seção viga M20F-1.0 (SAHOO e SHARMA, 2014)

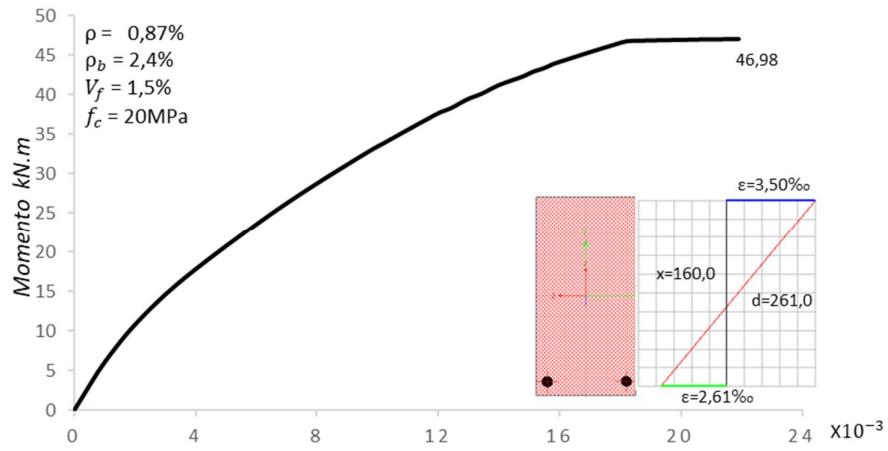


Figura 57: Momento Curvatura da seção viga M20F-1.5 (SAHOO e SHARMA,2014)

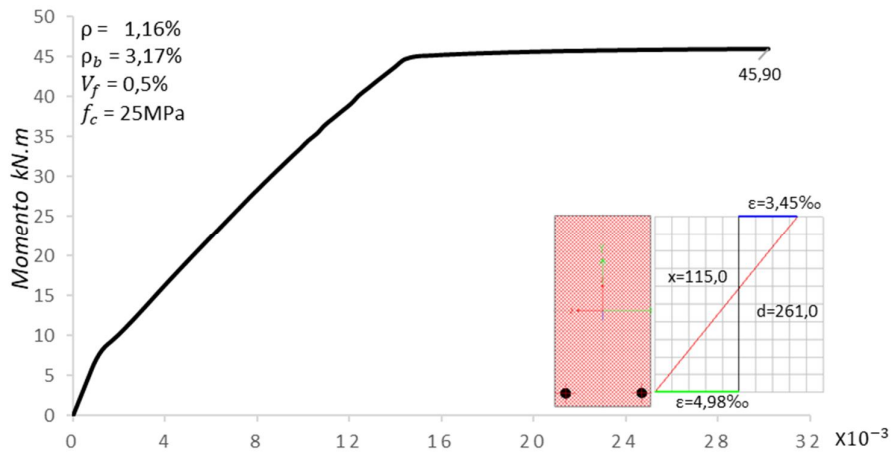


Figura 58: Momento Curvatura da seção viga M20 F-0.5 (SAHOO e SHARMA, 2014)

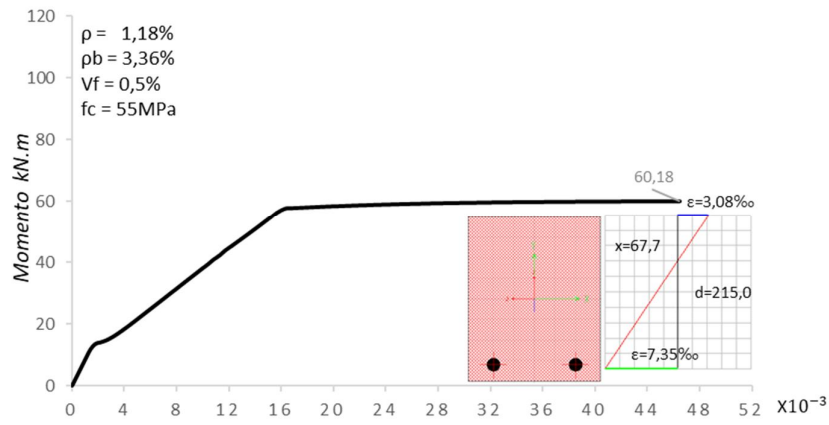


Figura 59: Momento Curvatura da seção viga B-0.5-N2 (ASHOUR *et al.*, 2000)

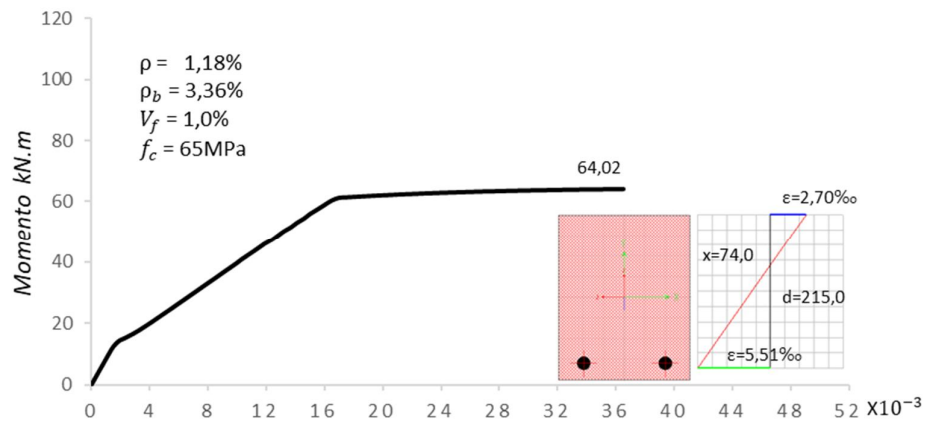


Figura 60: Momento Curvatura da seção viga B-1.0-N2 (ASHOUR *et al.*, 2000)

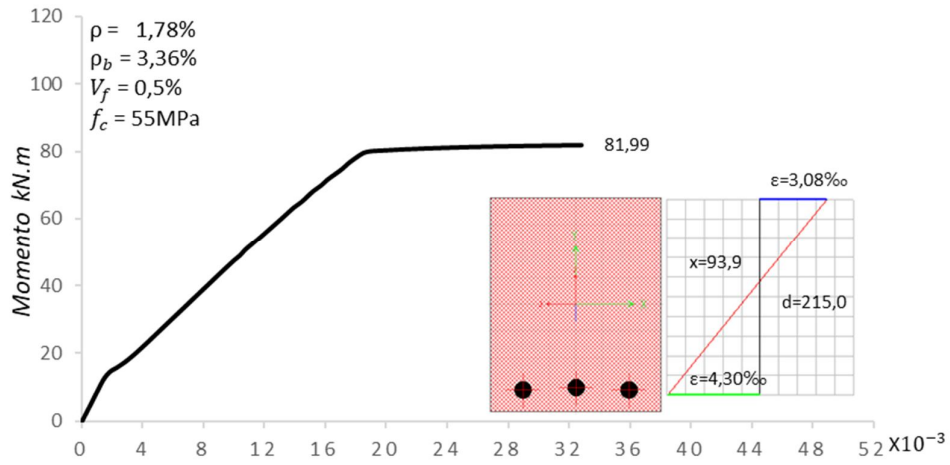


Figura 61: Momento Curvatura da seção viga B-0.5-N3 (ASHOUR *et al.* ,2000)

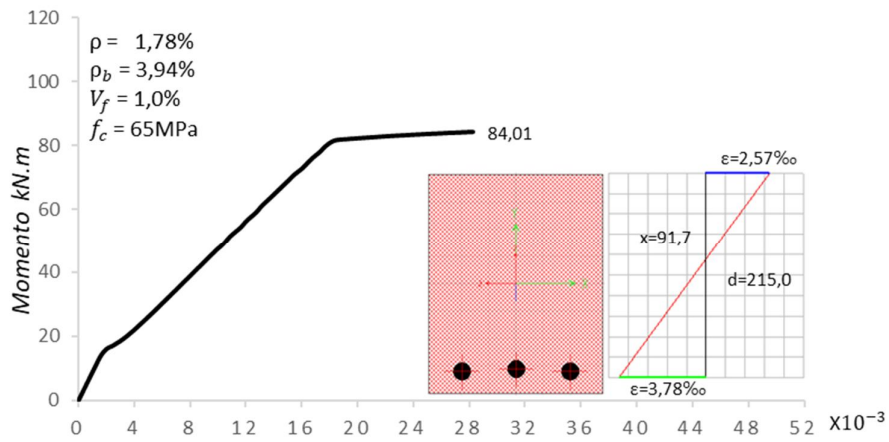


Figura 62: Momento Curvatura da seção viga B-1.0-N3 (ASHOUR *et al.* ,2000)

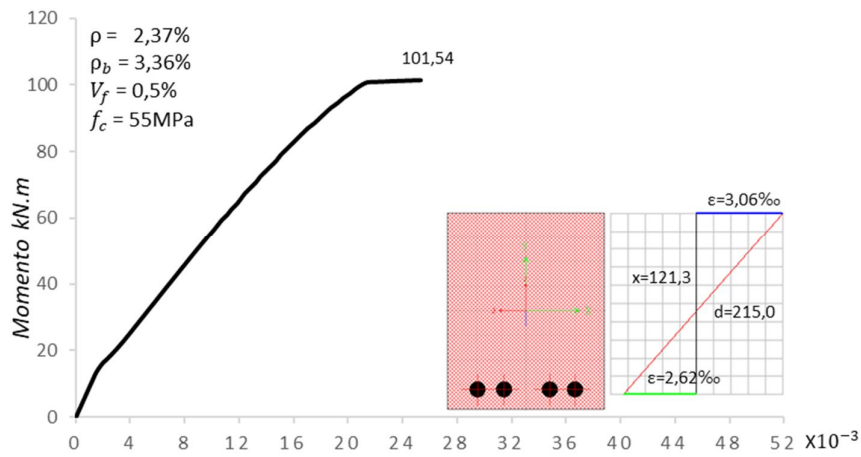


Figura 63: Momento Curvatura da seção viga B-0.5-N4 (ASHOUR *et al.* ,2000)

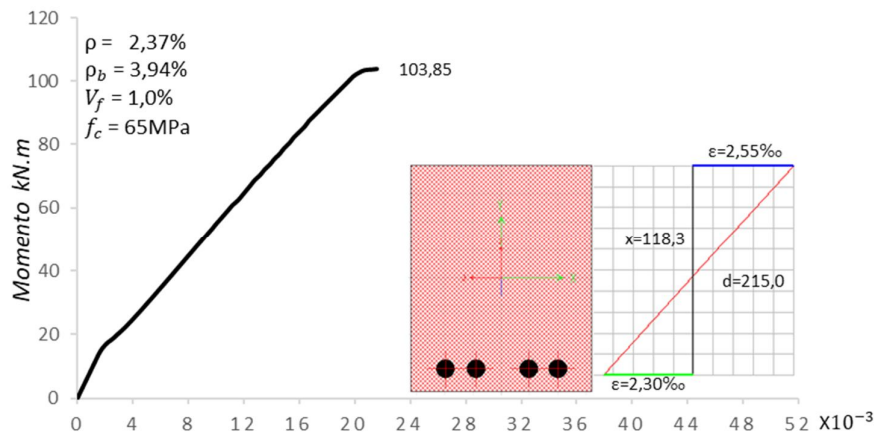


Figura 64: Momento Curvatura da seção viga B-1.0-N4 (ASHOUR *et al.* ,2000)

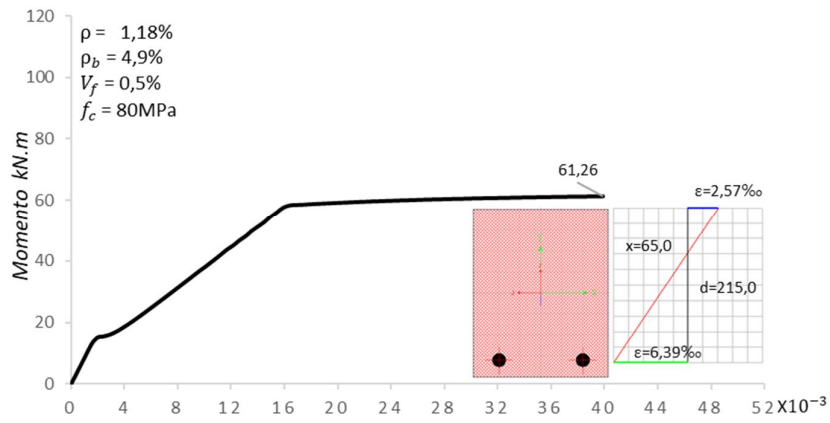


Figura 65: Momento Curvatura da seção viga B-0.5-M2 (ASHOUR *et al.*, 2000)

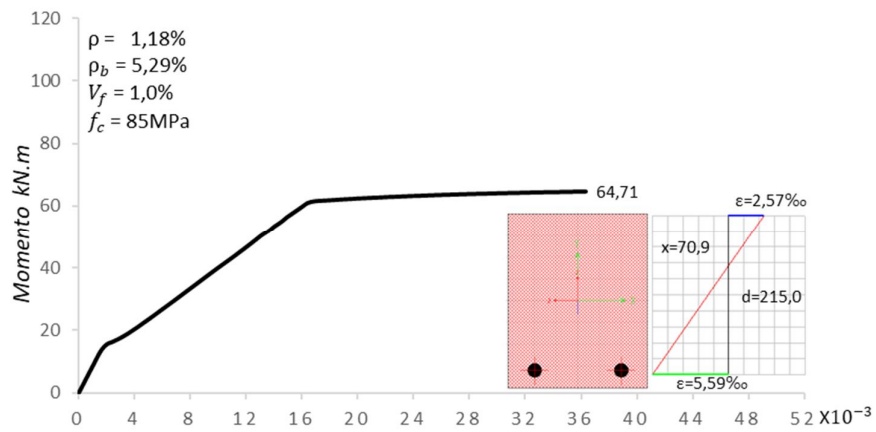


Figura 66: Momento Curvatura da seção viga B-1.0-M2 (ASHOUR *et al.*, 2000)

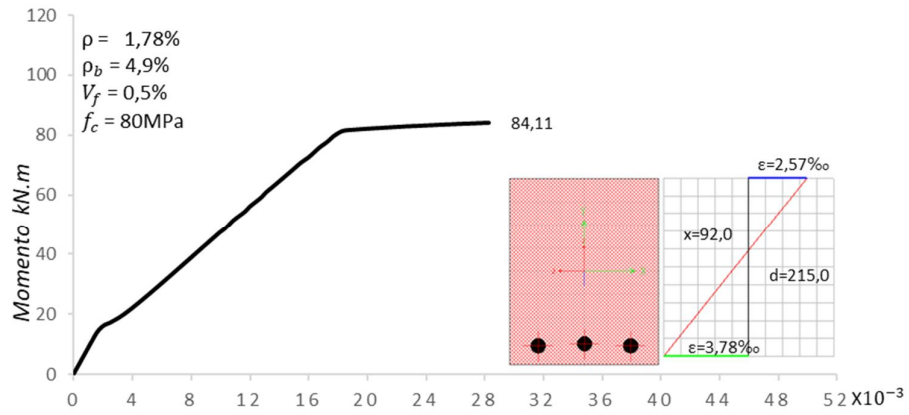


Figura 67: Momento Curvatura da seção viga B-0.5-M3 (ASHOUR *et al.* ,2000)

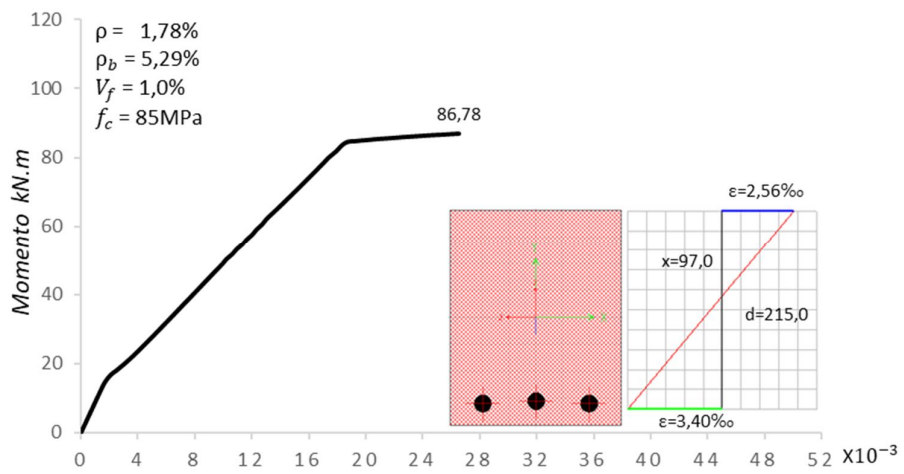


Figura 68: Momento Curvatura da seção viga B-1.0-M3 (ASHOUR *et al.* ,2000)

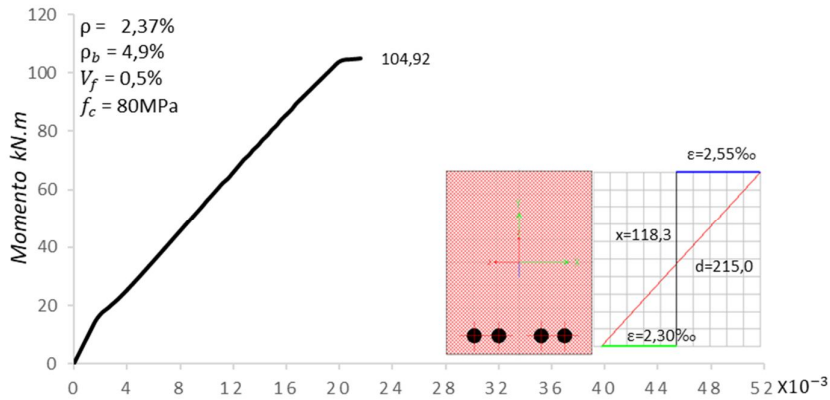


Figura 69: Momento Curvatura da seção viga B-0.5-M4 (ASHOUR *et al.* ,2000)

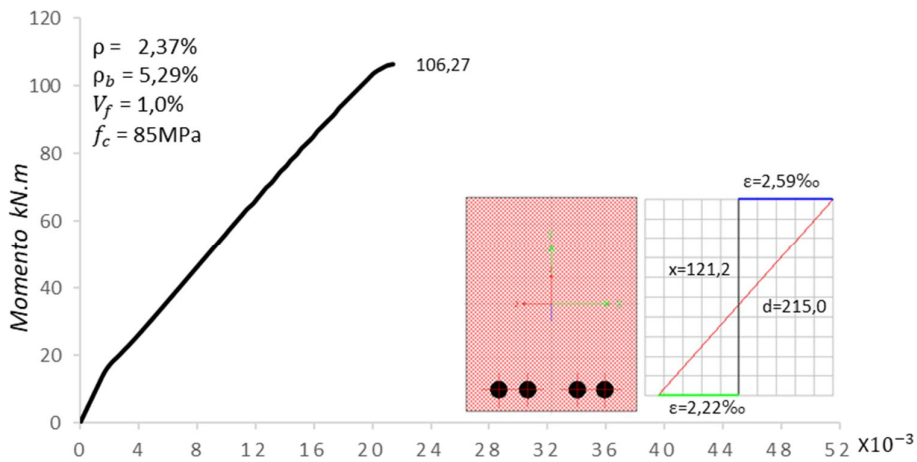


Figura 70: Momento Curvatura da seção viga B-1.0-M4 (ASHOUR *et al.* ,2000)

A Comparação das Curvas momento x curvatura das vigas ensaiadas por OH(1992), curvas experimentais e modeladas no programa computacional é apresentada nas Figuras 71 a 74, não foi possível apresentar as curvas experimentais momento x curvatura das vigas S1V1 e S1V2, pois o autor não forneceu tais informações e as fotografias não permitiram um grau de confiabilidade adequado para a coleta e uso de informações necessárias para a elaboração dessas curvas.

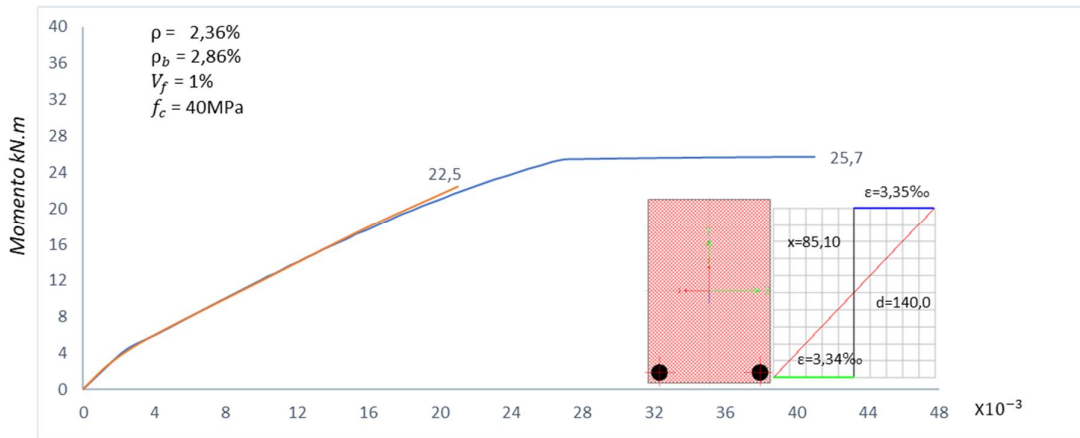


Figura 71: Momento x Curvatura viga S2V1(OH ,1992)

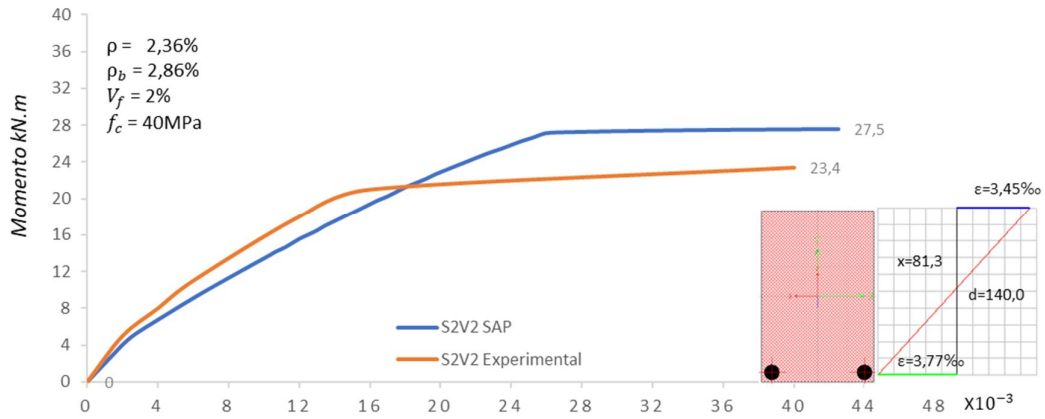


Figura 72: Momento x Curvatura viga S2V2 (OH ,1992)

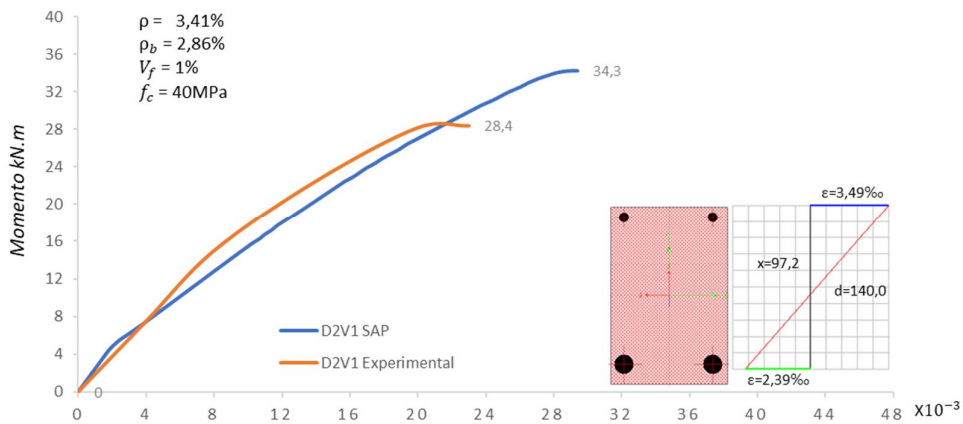


Figura 73: Momento x Curvatura viga D2V1 (OH ,1992)

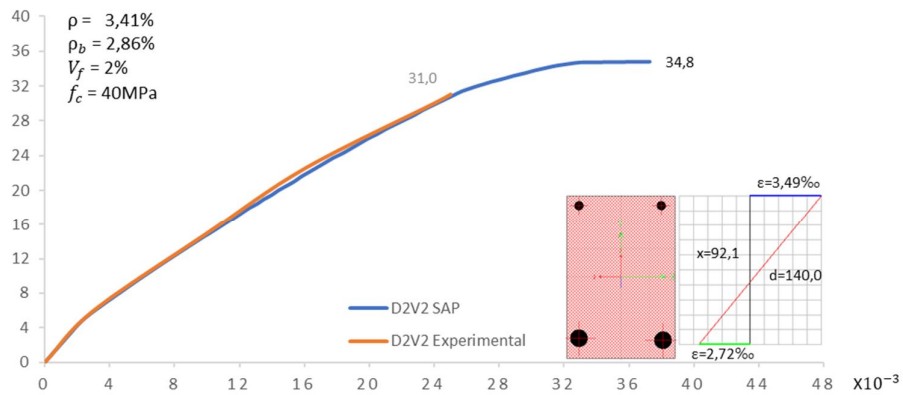


Figura 74: Momento x Curvatura viga D2V2(OH ,1992)

4.3 PROCEDIMENTO DE ANÁLISE

A análise dos resultados visa avaliar a precisão, nível de dispersão, conservadorismo e segurança do *Software SAP 2000* e de três recomendações normativas utilizadas neste trabalho, RILEM TC 162-TDF (2002), CEB-FIP (2010) e o CECS 38 (2004). Foi introduzido o fator λ para viabilizar tal análise, ele se equivale à: $\lambda = M_{exp}/M_{teo}$ (razão entre o momento experimental e o teórico).

Os valores de λ foram avaliados segundo uma adaptação do modelo proposto por COLLINS (2001). O *Demerit Points Classification (DPC)* estabelece penalidades para os diversos valores assumidos pelo λ . A Tabela 18 apresenta a pontuação adaptada e adotada neste trabalho.

Tabela 18: Adaptação do critério de COLLINS (2001)

$\lambda = M_{exp}/M_{teo}$	Classificação	Penalidade
< 0,5	Extremamente perigoso	10
[0,5-0,85[Perigoso	5
[0,85-1,15[Segurança apropriada	0
[1,15-2,00[Conservador	1
$\geq 2,00$	Extremamente conservador	2

4.4 RESULTADOS

A análise segundo o critério criado por COLLINS (2001) é colocada na Tabela 19 para os resultados apresentados neste trabalho. Nela, além das penalidades totais é colocado o valor médio de λ .

Tabela 19: Classificação segundo o critério adaptado de COLLINS (2001)

$\lambda = M_{exp}/M_{teo}$		< 0,5	[0,5-0,85[[0,85-1,15[[1,15-2,00[$\geq 2,00$	TOTAL	Med	DP	CV (%)
SAP	N° Vigas	0	3	29	10	0	42	1,10	0,23	20,99
	Penal.	0	15	0	10	0	25			
RILEM	N° Vigas	0	12	21	9	0	42	0,99	0,19	19,46
	Penal.	0	60	0	9	0	69			
CEB	N° Vigas	0	18	21	3	0	42	0,93	0,14	16,02
	Penal.	0	90	0	3	0	93			
CECS	N° Vigas	0	19	20	3	0	42	0,91	0,14	16,17
	Penal.	0	95	0	3	0	98			

A dispersão é avaliada a partir do gráfico “*box and whiskers*”, ver figura 75, a qual exhibe os valores máximo e mínimo de λ , o primeiro quartil (Q1), que corresponde ao limite inferior, o segundo quartil (Q2), que corresponde à mediana, e o terceiro quartil (Q3), que corresponde ao limite superior. Nessa representação do gráfico, não foram considerados os valores atípicos (*outliers*).

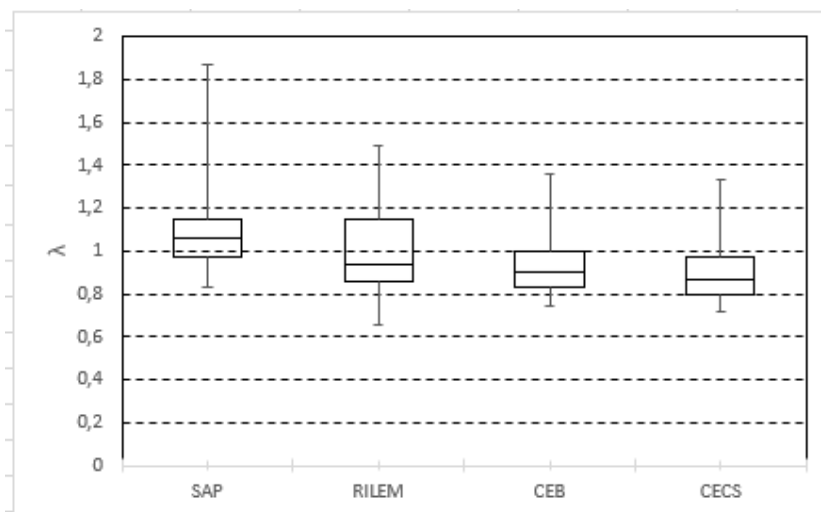


Figura 75: Análise quanto à precisão

Para analisar a segurança dos cálculos, duas abordagens são apresentadas, na primeira, é apresentado a quantidade de vigas, dentro do BD, que possuem valores de $\lambda \geq 1$ (favoráveis à segurança) e de $\lambda < 1$ (contra a segurança), ver figura 76.

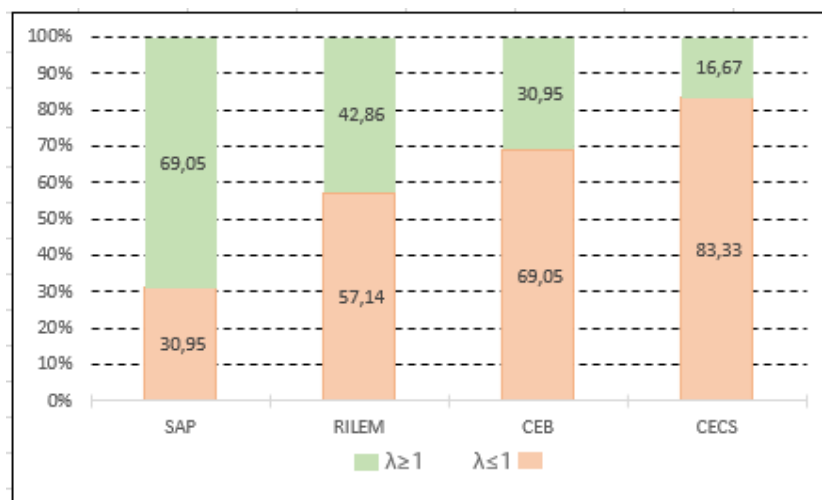


Figura 76: Análise quanto a quantidade de vigas que apresentam $\lambda \geq 1$ e $\lambda < 1$.

Na tabela 19 também são apresentados valores estatísticos como a média (Med), o desvio padrão (DP) e o coeficiente de variação (CV).

Através da Tabela 19 é possível observar que os resultados apresentaram valor médio de λ de 1,10. O que significa que o Programa tem uma boa precisão e ao mesmo tempo é bastante seguro, podendo ser usado como ferramenta para o cálculo do Momento resistente das seções em concreto armado com fibras de aço.

Aprofundando a análise da segurança, a tabela 19 destaca os modelos SAP e RILEM TC 162-TDF com as menores penalizações e CEB-FIP e CECS38 como os modelos mais penalizados.

De um modo geral, o modelo do *SAP* apresentou a melhor performance, dado os destaques positivos no que diz respeito à precisão, à dispersão e à segurança dos resultados. Entretanto, é importante comentar que as propostas do RILEM TC 162-TDF também apresentaram resultados satisfatórios. Lembrando que os modelos de flexão do RILEM e do CEB-FIP são fundamentados no conceito da tensão residual f_{Ri} , estabelecida a partir do ensaio de flexão em três pontos da viga entalhada, enquanto que os modelos do CECS admitem que essa tensão residual seja estabelecida em função do volume de fibras, do fator de forma, da tensão de aderência *fibra-concreto*, entre outras grandezas. De qualquer forma, conclui-se que independentemente da maneira de representar a tensão residual, ambas às considerações conduziram a resultados satisfatórios.

5 CONCLUSÕES

O modelo constitutivo do RILEM TC 162-TDF (2002) com a utilização das fórmulas da resistência residual apresentadas por MORAES NETO (2013) e os valores atribuídos para a compressão do concreto de acordo com a Norma 6118 (ABNT 2014), quando inseridos no programa *SAP 2000*, conseguem representar muito satisfatoriamente o comportamento não linear de vigas de CRFA sobre flexão e podem auxiliar no cálculo do momento Resistente da seção, lembrando que esse modelo da norma permite seu cálculo apenas posteriormente a ensaios de flexão, porém, as fórmulas apresentadas pelo RILEM TC 162-TDF (2002) mostraram uma boa precisão e viabilizam uma análise rápida e prática de estruturas de CRFA.

5.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho foram verificados os valores de Momento Resistente das seções de vigas com fibras de aço de um banco de dados(M_{exp}) e comparou-se com o Momento gerado pelo software *SAP* apresentado no gráfico do Momento curvatura das seções e com os momentos teóricos gerados pela aplicação dos códigos RILEM TC 162-TDF,CEB-FIB e CECS38 no entanto sugere-se para trabalhos futuros, que sejam moldadas as vigas apresentadas nos trabalhos dos pesquisadores e sejam realizadas análises comparativas entre a carga de ruptura e flechas teóricas (analíticas e computacionais) e experimentais.

- Sugere-se também a aplicação dos modelos constitutivos dos outros códigos mencionados nesse trabalho (ACI 544.4R-88 e DAfStb (2010)), para avaliação do programa computacional.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABNT NBR 15530 (2007). **Fibras de aço para concreto – Especificações**. ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas.
- ABNT NBR 7223 (1992). **Concreto – Determinação da consistência pelo abatimento do tronco de cone**. ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas.
- ACI 318. **Building Code Requirements for Structural Concrete**, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2011.
- ACI 544.1R-96 (1996). **State-of-the-art report on fiber reinforced concrete**. Reported by ACI Committee 544, American Concrete Institute.
- ACI 544.2R-89 (1989). **Measurement of properties of fiber reinforced concrete**. Reported by ACI Committee 544, American Concrete Institute, Reapproved 1999.
- ACI 544.3R-08 (2008). **Guide for specifying proportioning, and production of fiber-reinforced concrete**. Reported by ACI Committee 544, American Concrete Institute.
- ACI 544.4R-88 (1988). **Design Considerations for Steel Fiber Reinforced Concrete**. Reported by ACI Committee 544, American Concrete Institute.
- ALRMELIN, H.S. (1992). **Contribuição do concreto projetado por via seca com fibras de aço destinado ao revestimento de túneis NATM**. Dissertação de mestrado, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil, 1992.
- ALTUN, F.; HAKTANIR, T.; ARI, K. (2005). **Effects of steel fiber addition on mechanical properties of concrete and RC beams**. Construction and Building Materials, v. 21, pg. 654-661, 2007.
- ASHOUR, S.A.; WAFI, F.F. (1993). **Flexural Behavior of High-Strength Fiber Reinforced Concrete Beams**. ACI Structural Journal, v. 90, no. 3, pg. 279-287, 1993.
- ASHOUR, S.A.; WAFI, F.F.; KAMAL, M.I. (2000). **Effect of the concrete compressive strength and tensile reinforcement ratio on the flexural behavior of fibrous concrete beams**. Engineering Structures, v. 22, pg. 1145-1158, 2000.

- ASTM C995 (1994). **Standard Test Method for Time of Flow of Fiber-Reinforced Concrete Trough Inverted Cone Slump**. American Society for Testing and Materials, United States, 1994.
- BARROS, J.A.O.; FIGUEIRAS, J.A. (1999). **Flexural Behavior of SFRC: Testing and Modeling**. Journal of Materials in Civil Engineering, v. 11, no. 4, pg. 331-229, 1999.
- BELLO, H.J. (2014). **Flexural behavior of lightly and heavily reinforced steel fiber concrete beams**. Tese de mestrado, Atilim University, Turquia, 2014.
- CEB-FIP (2010). **Model Code 2010: Final Draft**. Model Code prepared by Special Activity Group 5, Lausanne, September 2011.
- CECS 38 (2004). **Technical specification for fiber reinforced concrete structures. CECS 38:2004**.
- CHOI, K-K.; TAHA, M.M.R.; PARK, H-G.; MAJI, A.K. (2007). **Punching shear strength of interior concrete slab-column connection reinforced with steel fibers**. Cement & Concrete Composites, v. 29, pg. 409-420, 2007.
- CHUNXIANG, Q.; PATNAIKUNI, I. (1999). **Properties of high-strength steel fiber reinforced concrete beams in bending**. Cement & Concrete Composites. v. 21, pg. 73-81, 1999.
- COLAJANNI, P.; MENDOLA, L.L.; PRIOLO, S.; SPINELLA, N. (2008). **Experimental Tests and FEM Model for SFRC Beams under Flexural and Shear Loads**. CP1020, 2008 Seismic Engineering Conference Commemorating the 1908 Messina e Reggio Earthquake, American Institute of Physics, pg. 872-879, 2008.
- COLLINS, M;P. (2001). **Evaluation of shear design procedures for concrete structures**. A Report prepared for the CSA technical committee on reinforced concrete design, 2001.
- CONFORTI, A.; MINELLI, F.; PLIZZARI, G.A. (2013). **Wide-shallow beams with and without steel fibres: A peculiar behaviour in shear and flexure**. Composites: Part B, v. 51, pg. 282-290, 2013.
- DAfStb (2010). **Deutsche AusschussfürStahlbeton. Technical Rule on Steel Fibre Reinforced Concrete**. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton e. V. – DAfStb, Berlim, 2010.

- DANCYGIER, A.N.; SAVIR, Z. (2011). **Flexural behavior of HSFRC with low reinforcement ratios**. Engineering Structures, v. 28, pg. 1503-1512, 2011.
- EN 14651 (2005). **European Standard. Test method for metallic fibered concrete – Measuring the flexural tensile strength (limit of proportionality (LOP), residual)**. European Committee for Standardization, Bruxelles, 2005.
- FIGEUIREDO, A. D. (2000). **Concreto com Fibras de Aço. Boletim Técnico – Série BT/PCC/260**, Escola Politécnica de São Paulo, São Paulo, Brasil.
- FIGEUIREDO, A. D. (2005). **Concreto com fibras. IBRACON. Concreto: ensino, pesquisa e realidade**. São Paulo: Instituto Brasileiro do Concreto. Cap. 39, p 11951225.
- GB 500010 (2002). **National Standard of the People’s Republic of China. Code for Design of Concrete Structures. GB 500010-2002**. China Construction Industrial Publishing House, Beijing, 2002.
- HASSOUN, M.N.; SAHEBJAM, K. (1985). **Plastic Hinge in Two-Span Reinforced Concrete Beams Contain Steel Fibers**. Canadian Society for Civil Engineering, Montreal, pg. 119-139, 1985.
- HENAGER, C.H., DOHERTY, T.J. (1976). **Analysis of reinforced fibrous concrete beams**. Journal of Structural Engineering, ASCE, v. 102 (1), pg. 178-188, 1976.
- KALIL, W.I.; TAYFUR, Y.R. (2013). **Flexural strength of fibrous ultra high performance reinforced concrete beams**. ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences, v. 8, no. 3, pg. 200-214, 2013.
- KANG, T.H-K.; KIM, W.; MASSONE, L.M.; GALLEGUUILLOS, T.A. (2012). **Shear-Flexure Coupling Behavior of Steel Fiber-Reinforced Concrete Beams**. ACI Structural Journal, v. 109, no. 4, pg. 435-444, 2012.
- KWAK, Y-K.; EBERHARD, M.O.; KIM, W-S.; KIM, J. (2002). **Shear Strength of Steel Fiber-Reinforced Concrete Beams without Stirrups**. ACI Structural Journal, v. 99, no. 4, pg. 530-538, 2002.
- LIM, T.Y.; PARAMASIVAM, P.; LEE, S.L. (1987). **Analytical model for tensile behavior of steel-fiber concrete**. ACI Materials Journal, v. 84, no. 4, pg. 286-551, 1987.

- LIMA, R.P.A.F.P. (2012). **Utilização de fibras metálicas com funções estruturais em estruturas de betão**. Tese de Mestrado, Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2012.
- LOK, T-S.; PEI, J-S. (1998). **Flexural Behavior of Steel Fiber Reinforced Concrete**. Journal of Materials in Civil Engineering, v. 10, no. 2, p. 86-87, 1998.
- LOPES, M.M. (2005). **Substituição parcial da armadura de flexão por fibra de aço em vigas de concreto**. Dissertação de mestrado, COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2005.
- MANSUR, M.A.; ONG, K.C.G.; PARAMASIVAM, P. (1986). **Shear strength of fibrous concrete beams without stirrups**. Journal of Structural Engineering, v. 112, no. 9, pg. 2066-2079, 1986.
- MAYA, L.F.; FERNÁNDEZ RUIZ, M.; MUTTONI, A.; FOSTER, S.J. (2012). **Punching shear strength of steel fibre reinforced concrete slabs**. Engineering Structures, v. 40, pg. 83-94, 2012.
- MEDA, A; MIELLI, F.; PLIZZARI, G.A. (2012). **Flexural behaviour of RC beams in fibre reinforced concrete**. Composite: Part B, v. 43, pg. 2930-2937, 2012.
- MONDO, E. (2011). **Shear Capacity of Steel Fibre Reinforced Concrete Beams without Conventional Reinforcement**. Tese de Mestrado, Royal Institute of Technology, Stockolm, Suécia, 2011.
- MONTAIGNAC, R.; MASSICOTTE, B.; CHARRON, J-P. (2011). **Design of SFRC structural elements: flexural bahaviour prediction**. Materials and Structures, v. 45, pg. 623-636, 2011.
- MORAES NETO, B.N. (2013). **Comportamento à Punção de Lajes Lisas em Concreto Reforçado com Fibras de Aço sob Carregamento Simétrico**. Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Brasília, Tese de Doutorado, Brasília, 2013.
- MUTTONI, A. (2008). **Punching shear strength of reinforced concrete slabs without transverse reinforcement**. ACI Structural Journal. v. 105, no 4, pg. 440-450, 2008.
- NAAMAN, A. E. **Fiber Reinforcement for Concrete**. Concr Int Des Construct, 1985.

- OH, B.H. (1992). **Flexural Analysis of Reinforced Concrete Beams Containing Steel Fibers.** *Journal of Structural Engineering*, v. 118, no. 10, pg. 2821-2835, 1992.
- RAMOULDI, J. P.; BASTON, G. B. (1963). **Mechanics of crack arrest in concrete.** *Proc. ASCE Engineering Mechanical Journal*, v. 89, pg. 147-168, 1963.
- RAMOULDI, J. P.; MANDEL, J. A. (1964). **Tensile strength of concrete affected by uniformly distributed closely spaced short lengths of wire reinforcement.** *Journal ACI*, v. 61, no. 6, pg. 657-671, 1964.
- RAVINDRARAJAH, R.S.; TAM, C.T. (1984). **Flexural strength of steel fibre reinforced concrete beams.** *The International Journal of Cement Composites and Lightweight Concrete*, v. 6, no. 4, pg. 273-278, 1984.
- RILEM TC 162-TDF. (2002). **Test and design methods for steel fibre reinforced concrete: Bending Test, Final Recommendation.** *Materials and Structures*, v. 35, pg. 579-582, November, 2002.
- SAHOO, D.R.; SHARMA, A. (2014). **Effect of Steel Fiber Content on Behavior of Concrete Beams with and without Stirrups.** *ACI Structural Journal*, v. 111, no. 5, pg. 1157-1166, 2014.
- SARANOKOM, C.; MOBASCHER, B. (2007). **Closed-Form Solutions for Flexural Response of Fiber-Reinforced Concrete Beams.** *Journal of Engineering Mechanics*, v. 133, no. 8, pg. 933-941, 2007.
- TAN, K.H.; PARAMASIVAM, P.; TAN, K.C. (1994). **Instantaneous and Long Term Deflections of Steel Fiber-Reinforced Concrete Beams.** *ACI Structural Journal*, v. 91, no. 4, pg. 384-392, 1994.
- ZIJL, G.P.A.G.; MBEWE, P.B.K. (2013). **Flexural modeling of steel fibre reinforced concrete beams with and without steel bars.** *Engineering Structures*, v. 53, pg. 52-62, 2013.